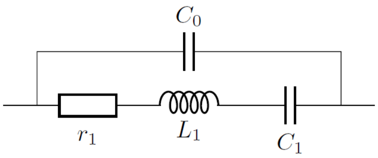
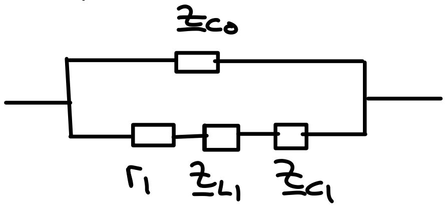
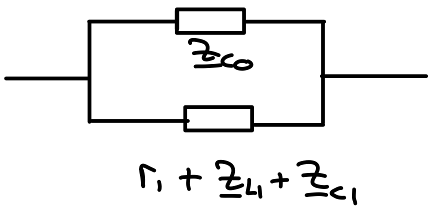
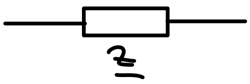
Impédance d'un cristal de quartz

1) 

devient en RSF et en employant les notations complexes :



$\equiv$ 

$\equiv$ 

où $$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \underline{Y}_{C_0} + \frac{1}{r_1 + \underline{Z}_{L_1} + \underline{Z}_{C_1}}$$

$$= jC_0\omega + \frac{1}{r_1 + jL_1\omega + \frac{1}{jC_1\omega}}$$

$$\underline{Y} = jC_0\omega + \frac{jC_1\omega}{1 + jC_1\omega(r_1 + jL_1\omega)}$$

$$= \frac{jC_0\omega\left[1 + jC_1\omega(r_1 + jL_1\omega)\right] + jC_1\omega}{1 + jC_1\omega(r_1 + jL_1\omega)}$$

D'où :

$$\boxed{\underline{Z} = \frac{1 + jC_1\omega(r_1 + jL_1\omega)}{j(C_0 + C_1)\omega - C_0C_1\omega^2(r_1 + jL_1\omega)}}$$

2) On cherche à négliger r_1.
En fait, cela ne veut rien dire ! ...
On constate que dans $\underline{Z}$ apparaissent des termes :

$$r_1 + \underline{\underline{jL_1\omega}}$$

Si $\underline{\underline{r_1 \ll L_1\omega}}$, alors $r_1 + jL_1\omega \simeq jL_1\omega$

$$2\pi f \gg \frac{r_1}{L_1}$$

$$\boxed{f \gg \frac{r_1}{2\pi L_1}}$$

3) $\underline{Z}$ se simplifie alors ainsi :

$$\underline{Z} \simeq \frac{1 + jC_1\omega\, jL_1\omega}{j(C_0+C_1)\omega - C_0C_1\omega^2\, jL_1\omega}$$

$$= \frac{1 - L_1C_1\omega^2}{j\omega\left[(C_0+C_1) - L_1C_0C_1\omega^2\right]}$$

$$= \frac{1 - L_1C_1\omega^2}{j(C_0+C_1)\omega\left[1 - L_1\dfrac{C_0C_1}{C_0+C_1}\omega^2\right]}$$

$$\boxed{\text{D'où : } \quad \underline{Z} \simeq \frac{1}{jC_{eq}\omega} \cdot \frac{1 - \left(\dfrac{\omega}{\omega_s}\right)^2}{1 - \left(\dfrac{\omega}{\omega_p}\right)^2}}$$

avec : $\begin{cases} \omega_s = \dfrac{1}{\sqrt{L_1C_1}} \\ \omega_p = \sqrt{\dfrac{C_0+C_1}{L_1C_0C_1}} \end{cases}$ et : $C_{eq} = C_0 + C_1$

4) $$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} \quad \text{et} \quad f_p = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C_0+C_1}{L_1(C_0+C_1)}}$$

$$\boxed{f_s = 3{,}277 \text{ MHz}} \qquad \boxed{f_p = 3{,}283 \text{ MHz}}$$

5) » Si $\omega \ll \omega_s < \omega_p$

alors $\frac{\omega}{\omega_s} \ll 1$ et $\frac{\omega}{\omega_p} \ll 1$

d'où : $$\boxed{\underline{Z} \simeq \frac{1}{jC_{eq}\,\omega}} \Rightarrow \text{comportement capacitif}, \quad \text{Arg}(\underline{Z}) = -\frac{\pi}{2}$$

↳ Domaine ① sur le tracé (voir dernière page)

» Si $\omega_s \ll \omega \ll \omega_p$

alors $\frac{\omega}{\omega_s} \gg 1$ et $\frac{\omega}{\omega_p} \ll 1$

d'où : $$\underline{Z} \simeq \frac{1}{jC_{eq}\,\omega}\left(-\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2$$

$\frac{1}{j} = -j$

$$= j\frac{1}{C_{eq}\,\omega_s^2}\,\omega$$

$\frac{1}{\omega_s^2} = L_1 C_1$

$$\boxed{\underline{Z} = j\,L_1\frac{C_1}{C_0+C_1}\,\omega}$$

$\Rightarrow$ Comportement inductif, $\text{Arg}(\underline{Z}) = +\frac{\pi}{2}$

↳ Domaine ②

» Si $\omega_s < \omega_p \ll \omega$

alors $\frac{\omega}{\omega_s} \gg 1$ et $\frac{\omega}{\omega_p} \gg 1$

d'où $$\underline{Z} \simeq \frac{1}{jC_{eq}\omega}\cdot\frac{-(\omega/\omega_s)^2}{-(\omega/\omega_p)^2}$$

$$= \frac{1}{j(C_0+C_1)\omega} \cdot \frac{L_1 C_1}{\frac{L_1 C_0 C_1}{C_0+C_1}}$$

$$\boxed{\underline{Z} \simeq \frac{1}{j C_0 \omega}}$$

$\Rightarrow$ Comportement capacitif , $\operatorname{Arg}(\underline{Z}) = -\frac{\pi}{2}$

↳ Domaine 3