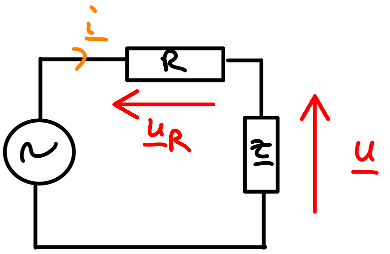
Modélisation d'un dipôle inconnu

Notons $\underline{Z}$ l'impédance complexe caractérisant le dipôle.

Objectif Quelle est l'expression de $\underline{Z}$?
- » que valent le module Z et l'argument ψ ?
- » en déduire la partie réelle et la partie imaginaire de $\underline{Z}$.
- » Interprétation physique

Le circuit d'étude en régime sinusoïdal forcé et en utilisant les notations complexes est :



On notera :

$$\begin{cases} u(t) = U\cos(\omega t + \varphi) \\ u_R(t) = U_R\cos(\omega t + \varphi_R) \end{cases}$$

On sait que : $\underline{u} = \underline{Z}\,\underline{i}$

$$\Leftrightarrow \quad \underline{Z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}}$$

$\underline{u_R} = R\,\underline{i}$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{\underline{Z} = R\,\frac{\underline{u}}{\underline{u_R}}}$$

Module

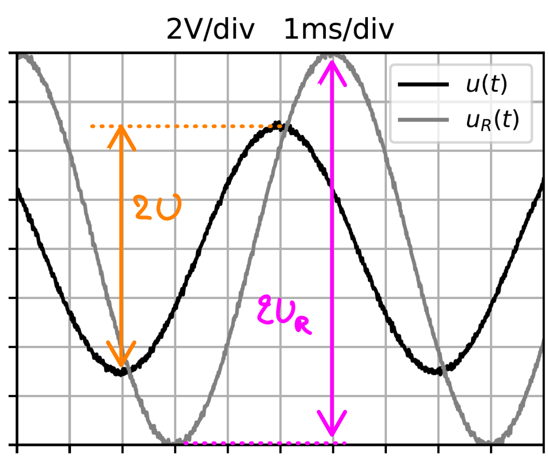
D'où $Z = |\underline{Z}|$

$$= |R| \cdot \frac{|\underline{u}|}{|\underline{u_R}|}$$

$$= R \cdot \frac{U}{U_R}$$

amplitude de $u(t)$

amplitude de $u_R(t)$



$$Z = R\,\frac{2U}{2U_R}$$

Par lecture graphique : $\begin{cases} 2U = 5\text{ div.} \times 2\text{ V/div.} = 10\text{ V} \\ 2U_R = 8\text{ div.} \times 2\text{ V/div.} = 16\text{ V} \end{cases}$

D'où $Z = 100 \times \frac{10}{16}$

$$\boxed{Z = 62{,}5\ \Omega}$$

Argument

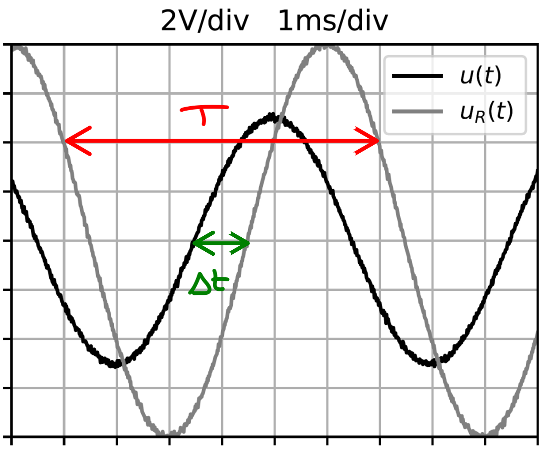
$\underline{Z} = R\,\frac{\underline{u}}{\underline{u_R}}$ d'où :

$$\psi = \text{Arg}(\underline{Z})$$
$$= \text{Arg}(R) + \text{Arg}(\underline{u}) - \text{Arg}(\underline{u_R})$$
$$= 0 + (\omega t + \varphi) - (\omega t + \varphi_R)$$
$$\psi = \Delta\varphi_{u/u_R}$$
$$= + \ \omega \ \Delta t$$

↳ écart temporel entre $u(t)$ et $u_R(t)$

car $\Delta\varphi_{u/u_R} > 0$
puisque $u(t)$ est en avance de phase par rapport à $u_R(t)$

D'où $\boxed{\psi = \frac{2\pi}{T}\,\Delta t}$



Graphiquement : $\begin{cases} T = 6\text{ div.} \times 1\text{ ms/div.} \\ \Delta t = 1\text{ div.} \times 1\text{ ms/div.} \end{cases}$

Ainsi $\varphi = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \boxed{\varphi = 60°}$

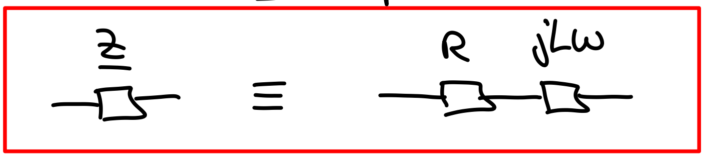
Parties réelle et imaginaire

$$\underline{Z} = Z e^{j\varphi}$$

$$= \underbrace{Z\cos\varphi}_{>0} + j\underbrace{Z\sin\varphi}_{>0}$$

où $\begin{cases} Z\cos\varphi = 31\ \Omega \\ Z\sin\varphi = 54\ \Omega \end{cases}$

On peut modéliser $\underline{Z}$ par :



de sorte que $\boxed{\underline{Z} = R + jL\omega}$

et $\begin{cases} R = Z\cos\varphi \\ L\omega = Z\sin\varphi \end{cases}$

Ainsi : $\boxed{R = 31\,\Omega}$

Et : $L = \frac{Z\sin\varphi}{\omega}$ ↲ $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$= \frac{T.Z\sin\varphi}{2\pi}$$

$$= \frac{6.10^{-3} \times 62{,}5 \times \sin(60°)}{2\pi}$$

$$= 0{,}052\ H$$

$$\boxed{L = 52\ mH}$$