1. Gabarit :

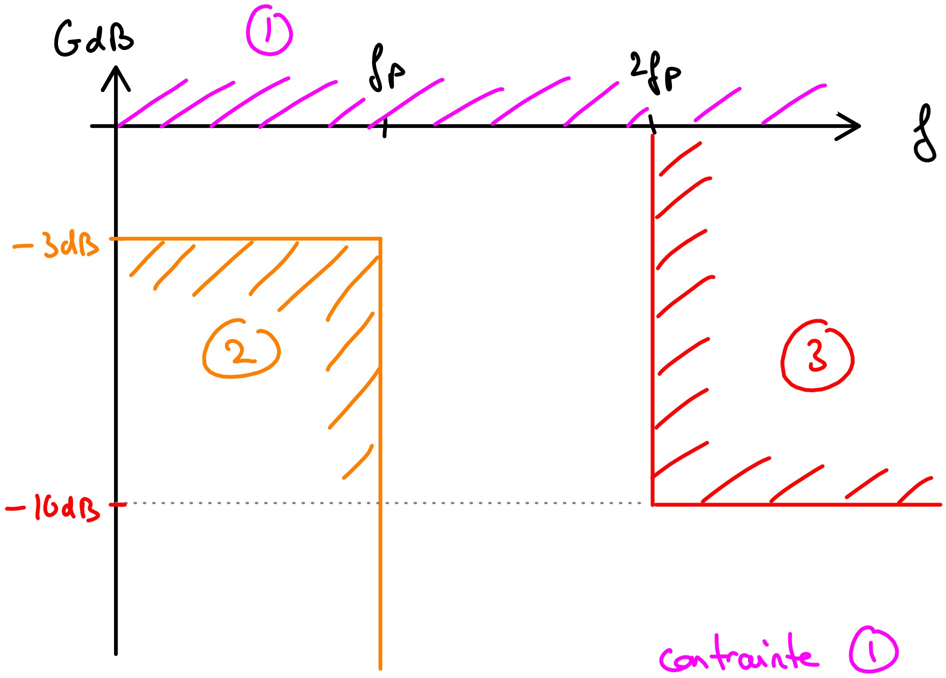
① $G_{dB\,max} = 0\,dB$

② $\forall f \leqslant f_p$:

$G_{dB} \geqslant -3\,dB$

③ $\forall f \geqslant 2f_p$:

$G_{dB} \leqslant -10\,dB$



contrainte ①

2. Filtre passe-bas d'ordre 1 : avec

$G_{max} = H_0 = 1$

$\Leftrightarrow G_{dB\,max} = 0\,dB$

$$\hookrightarrow \underline{H} = \frac{1}{1 + j\,f/f_c}$$

$$\Rightarrow G(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}}$$

$\Rightarrow$ quelle valeur de f_c faut-il choisir ?

Contrainte ②

Il faut $\forall f \in [0, f_p]$:

$$20 \log G \geqslant -3\,dB$$

$$\Leftrightarrow \quad G(f) \geqslant \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Il suffit que : $G(f_p) \geqslant \frac{1}{\sqrt{2}}$ car $G(f)$ est décroissante

$$\Leftrightarrow \quad \left(\frac{f_p}{f_c}\right)^2 \leqslant 1$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{f_c \geqslant f_p}$$

pour satisfaire ②

Contrainte ③ Il faut $\forall f \in [2f_p, +\infty[$:

$$20 \log G \leqslant -10\,\mathrm{dB}$$

$$\Longleftrightarrow \quad G(f) \leqslant 10^{-10/20} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

Il suffit que :

$$G(2f_p) \leqslant \frac{1}{\sqrt{10}} \quad \text{car } G(f) \text{ est } \searrow$$

$$\Longleftrightarrow \quad \left(\frac{2f_p}{f_c}\right)^2 \geqslant 9$$

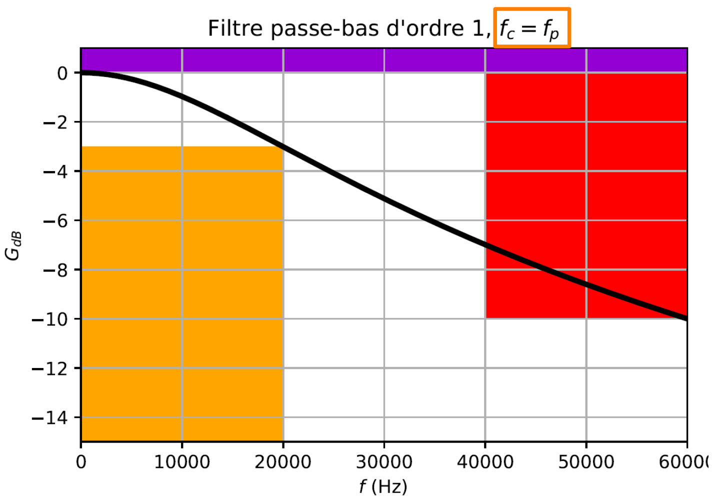
$$\Longleftrightarrow \quad \frac{2f_p}{f_c} \geqslant 3$$

$$\Longleftrightarrow \quad \boxed{f_c \leqslant \frac{2}{3} f_p}$$ pour satisfaire ③

$$\Downarrow$$

Condition <u>incompatible</u> avec ② !

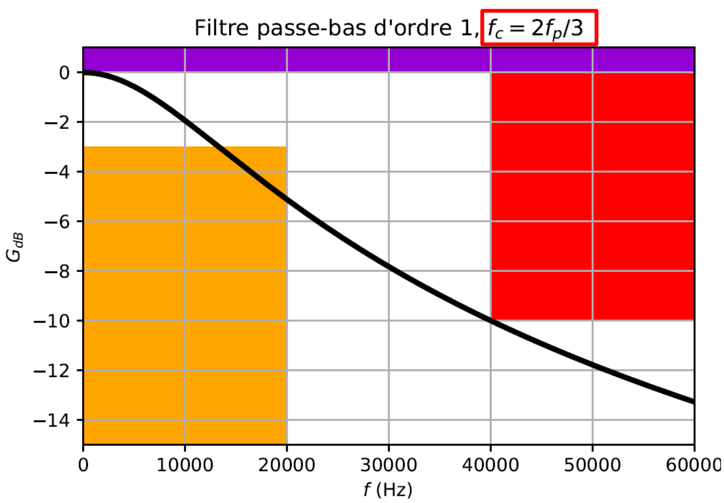
[Donc un filtre d'ordre 1 n'est pas suffisant.]



$\Downarrow$

contrainte ② satisfaite

(mais pas la ③)



$\Downarrow$

contrainte ③ satisfaite

(mais pas la ②)

3. Désormais : $$\underline{H} = \frac{H_0}{1-\left(\frac{f}{f_P}\right)^2 + \frac{j}{Q}\frac{f}{f_P}}$$

$$\Rightarrow \quad G(f) = \frac{|H_0|}{\sqrt{\left(1-\left(\frac{f}{f_P}\right)^2\right)^2 + \frac{1}{Q^2}\left(\frac{f}{f_P}\right)^2}}$$

1 $\Rightarrow$ $\begin{cases} Q \leqslant \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{(pas de résonance)} \\ H_0 = 1 & (G_{dB\,max} = 0\,dB) \end{cases}$ $\Longrightarrow$ donc $G(f)$ est décroissante

2 $\Rightarrow$ $\underline{\forall f \in [0, f_P]}$:

$$G(f) \geqslant \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Il suffit que : $G(f_P) \geqslant \frac{1}{\sqrt{2}}$ car $G(f)$ est $\searrow$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{Q \geqslant \frac{1}{\sqrt{2}}}$$ pour satisfaire 2

3 $\Rightarrow$ $\underline{\forall f \in [2f_P, +\infty[}$

$$G(f) \leqslant \frac{1}{\sqrt{10}}$$

Il suffit que $G(2f_P) \leqslant \frac{1}{\sqrt{10}}$ car $G(f)$ est $\searrow$

$$\Leftrightarrow \quad (1-2^2)^2 + \frac{1}{Q^2}\,2^2 \geqslant 10$$

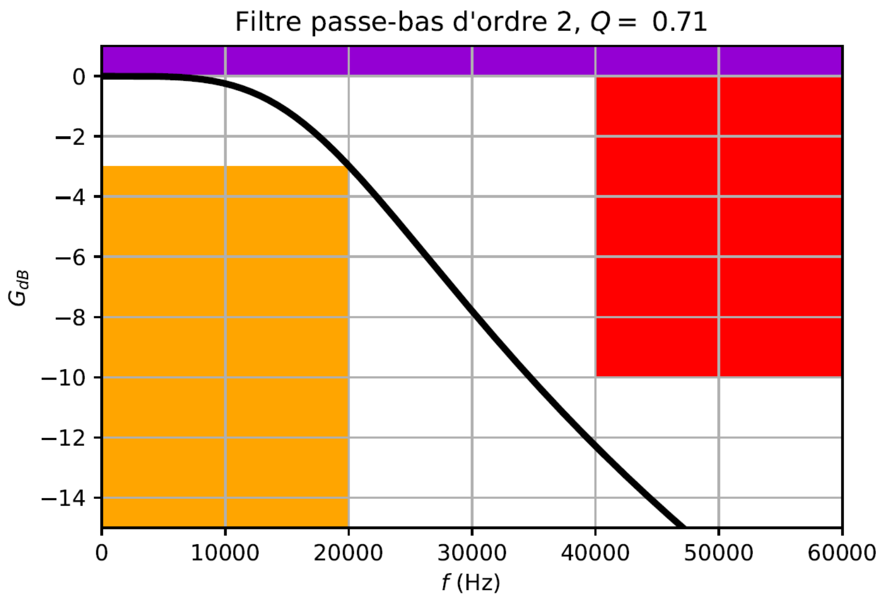
$$\Leftrightarrow \quad 9 + \frac{4}{Q^2} \geqslant 10$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{4}{Q^2} \geqslant 1$$

$\Leftrightarrow$ $\boxed{Q \leq 2}$ pour satisfaire (3)

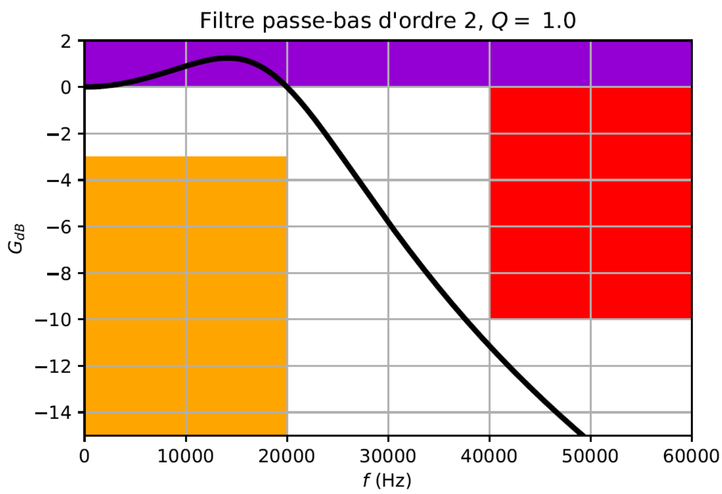
[Les 3 contraintes sont compatibles et imposent donc $\boxed{Q = \frac{1}{\sqrt{2}}} = 0{,}71$]

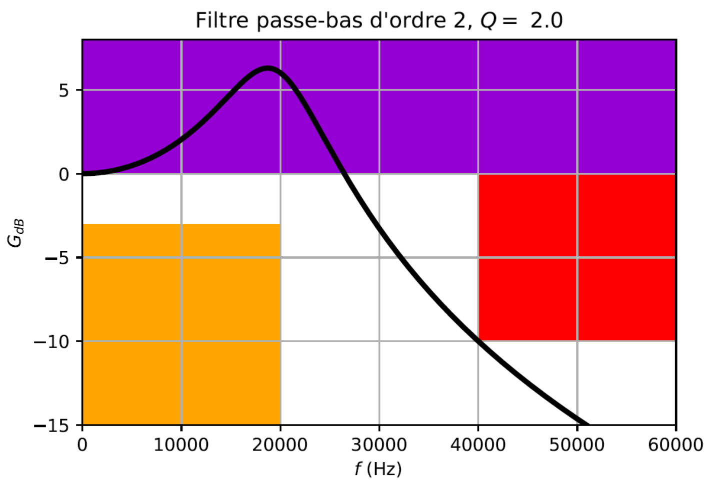
$\Rightarrow$ Tracé de $G_{dB}(f)$



Et si on augmente Q ...

... Jusqu'à $Q = 2$ ...





... les contraintes (2) et (3) sont encore satisfaites mais pas la (1). Il faut donc vraiment éviter la résonance : $Q \leq 0{,}71$.