Mise en cascade de filtres

1] Il faut que : $|\underline{Z}_{e2}| \gg |\underline{Z}_{s1}|$ (cours)

impédance d'entrée du 2ème filtre

impédance de sortie du 1er filtre

2] On a :

$$\boxed{\begin{cases} \underline{H}_1 = \dfrac{H_{01}}{1 + \dfrac{1}{j\frac{f}{f_1}}} = \dfrac{H_{01}}{1 - j\frac{f_1}{f}} \\[2ex] \underline{H}_2 = \dfrac{H_{02}}{1 + j\frac{f}{f_2}} \end{cases}}$$

AVEC : $H_{01} = H_{02} = 1$

(gains maximaux des filtres égaux à 1)

3] On sait que :

$$\underline{H} = \underline{H}_1 \, \underline{H}_2$$

$$= \frac{1}{\left(1 - j\frac{f_1}{f}\right)\left(1 + j\frac{f}{f_2}\right)}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{f_1}{f_2} + j\left(\frac{f}{f_2} - \frac{f_1}{f}\right)}$$

$$= \frac{1 \times \frac{f_2}{f_1+f_2}}{\left(\frac{f_1+f_2}{f_2} + j\left(\frac{f}{f_2} - \frac{f_1}{f}\right)\right) \times \frac{f_2}{f_1+f_2}}$$

$$\boxed{\underline{H} = \frac{\frac{f_2}{f_1+f_2}}{1 + j\left(\frac{f}{f_1+f_2} - \frac{f_1 f_2}{f_1+f_2}\frac{1}{f}\right)}}$$

À identifier à :

$$\boxed{\underline{H} = \frac{H_0}{1 + j\left(\frac{Qf}{f_0} - \frac{Qf_0}{f}\right)}}$$

D'où

$$\boxed{H_0 = \frac{f_2}{f_1+f_2}}$$

et

$$\begin{cases} \dfrac{Q}{f_0} = \dfrac{1}{f_1+f_2} & (1) \\[2ex] Qf_0 = \dfrac{f_1 f_2}{f_1+f_2} & (2) \end{cases}$$

$(1) \times (2) \Rightarrow Q^2 = \dfrac{f_1 f_2}{(f_1+f_2)^2} \Rightarrow \boxed{Q = \dfrac{\sqrt{f_1 f_2}}{f_1+f_2}}$

$(2) / (1) \Rightarrow f_0^2 = f_1 f_2 \Rightarrow \boxed{f_0 = \sqrt{f_1 f_2}}$

3] $\underline{H} = \underline{H}_1 \cdot \underline{H}_2 \Rightarrow \begin{cases} G = |\underline{H}_1| \cdot |\underline{H}_2| = G_1 G_2 \\ \Delta\varphi = \mathrm{Arg}(\underline{H}_1) + \mathrm{Arg}(\underline{H}_2) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} \boxed{G_{dB}} = 20\log(G_1) + 20\log(G_2) = \boxed{G_{dB_1} + G_{dB_2}} \\ \boxed{\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2} \end{cases}$

plus pratique ici : $\dfrac{j f/f_1}{1+j f/f_1}$

OR :

	$f \ll f_1 \ll f_2$	$f = f_1 \ll f_2$	$f_1 \ll f \ll f_2$	$f_1 \ll f = f_2$	$f_1 \ll f_2 \ll f$
$\underline{H}_1$	$j f/f_1$	$\frac{j}{1+j}$	1	1	1
G_1	f/f_1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	1	1
G_{dB_1}	$20\log\left(\frac{f}{f_1}\right)$	$-3\,dB$	$0\,dB$	$0\,dB$	$0\,dB$
$\Delta\varphi_1$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$	0	0	0
$\underline{H}_2$	1	1	1	$\frac{1}{1+j}$	$\frac{1}{j f/f_2}$
G_2	1	1	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{f/f_2}$
G_{dB_2}	$0\,dB$	$0\,dB$	$0\,dB$	$-3\,dB$	$-20\log(f/f_2)$
$\Delta\varphi_2$	0	0	0	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$

D'où :

	$f \ll f_1 \ll f_2$	$f = f_1 \ll f_2$	$f_1 \ll f \ll f_2$	$f_1 \ll f = f_2$	$f_1 \ll f_2 \ll f$
G_{dB}	$20\log\left(\frac{f}{f_1}\right)$	$-3\,dB$	$0\,dB$	$-3\,dB$	$-20\log\left(\frac{f}{f_2}\right)$
$\Delta\varphi$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	0	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$

① (colonne $f \ll f_1 \ll f_2$) ② (colonne $f_1 \ll f \ll f_2$) ③ (colonne $f_1 \ll f_2 \ll f$)

①

$$G_{dB} \simeq 20\log\frac{f}{f_0} + 20\log\frac{f_0}{f_1}$$

→ pente $+20\,dB/dec$

→ s'annule en $f = f_1$

③

$$G_{dB} \simeq -20\log\frac{f}{f_0} - 20\log\frac{f_0}{f_2}$$

→ pente $-20\,dB/dec$

→ s'annule en $f = f_2$

Remarque : $f_1 f_2 = f_0^2 \Rightarrow \frac{f_1}{f_0} = \left(\frac{f_2}{f_0}\right)^{-1} \Rightarrow \log\left(\frac{f_1}{f_0}\right) = -\log\left(\frac{f_2}{f_0}\right)$

⇝ f_1 et f_2 sont symétriques l'une de l'autre en échelle log. ...