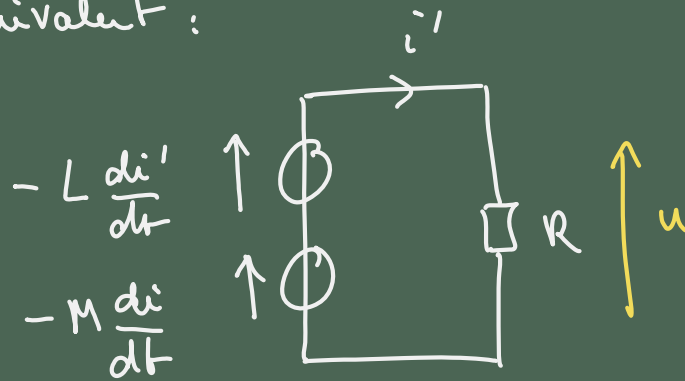


Pince ampèremétrique

1. Circuit équivalent :



Appliquons la loi des mailles :

$$u + L \frac{di'}{dt} + M \frac{di}{dt} = 0$$

Or, $i' = \frac{u}{R}$ (loi d'Ohm), d'où :

$$u + \frac{L}{R} \dot{u} + M \frac{di}{dt} = 0$$

$$\tau \dot{u} + u = -M \frac{di}{dt}$$

$$\text{où } \tau = \frac{L}{R}$$

2. (a) Si $i(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i)$, alors le second membre $-M \frac{di}{dt}$ est également sinusoïdal.

Donc $u(t)$ est de la forme :

$$u(t) = \underbrace{u_{\text{HORN}}(t)}_{= 0 \text{ en RSE établi}} + \underbrace{U_0 \cos(\omega t + \varphi)}_{= u_{\text{part}}}$$

(b) En utilisant la méthode de résolution complexe :

$$\tau \dot{u} + u = -M \frac{di}{dt}$$

$$(1 + j\omega\tau) \underline{u} = -j\omega M \underline{i}$$

$$\begin{aligned} \underline{u} &= \underline{U}_0 e^{j\omega t} \\ \underline{i} &= \underline{I}_0 e^{j\omega t} \end{aligned}$$

$$\underline{U}_0 = \frac{-j\omega M \underline{I}_0}{1 + j\omega\tau}$$

D'où, avec $U_0 = |\underline{U}_0|$ et $I_0 = |\underline{I}_0|$:

$$U_0 = \frac{\omega |M| I_0}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} \quad \text{avec } \tau = \frac{L}{R}$$

Or, en régime sinusoïdal

$$\begin{cases} U_{\text{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \\ I_{\text{eff}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

D'où :

$$U_{\text{eff}} = \frac{\omega |M| I_{\text{eff}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{L\omega}{R}\right)^2}}$$

Rmq : à priori, M peut être négatif, d'où la valeur absolue

(c) Ainsi, en mesurant U_{eff} et connaissant M, L, R et ω on peut en déduire une mesure de l'intensité efficace I_{eff} sans avoir eu besoin d'insérer un ampèremètre dans le circuit parcouru par le courant d'intensité i .

3. (a) Calcul de M

M_i représente un flux mutuel, plus précisément, le flux de $\vec{B}$ à travers la bobine :

$$M_i = \int_{\text{bobine}} \vec{B} \cdot \vec{\delta S}$$

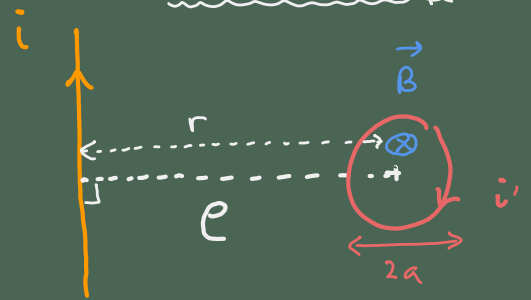
$$= \sum_{k=1}^N \int_{\text{spire } k} \vec{B} \cdot \vec{\delta S}$$

Calculons $\int_{\text{spire } k} \vec{B} \cdot \vec{\delta S}$, flux de $\vec{B}$ à travers la spire k .

On a : $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \vec{u}_\theta$

et $\rho - a \leq r \leq \rho + a$

Vue de coupe :



Mais puisque $\rho \gg a$, alors $r \simeq \rho$, d'où :

$\vec{B} \simeq \frac{\mu_0 i}{2\pi \rho} \vec{u}_\theta$ sur la surface d'une spire.

$\vec{B}$ étant quasi-uniforme, alors :

$$\int_{\text{spire } k} \vec{B} \cdot \vec{\delta S} = \vec{B} \cdot \vec{S}$$

$\uparrow$ vecteur surface d'une spire

D'après la règle de la main droite, $\vec{S}$ est suivant $+\vec{u}_\theta$:

$$\vec{S} = \pi a^2 \vec{u}_\theta$$



$$\begin{aligned} \text{D'où} \quad \int_{\text{spire } k} \vec{B} \cdot d\vec{S} &= \frac{\mu_0 i}{2\pi\rho} \pi a^2 \\ &= \frac{\mu_0 i a^2}{2\rho} \Rightarrow \text{Il s'agit du même flux pour chaque spire!} \end{aligned}$$

$$\text{Ainsi} \quad M_i = \sum_{k=1}^N \frac{\mu_0 i a^2}{2\rho} = \frac{\mu_0 N i a^2}{2\rho}$$

$$\text{D'où} \quad \boxed{M = \frac{\mu_0 N a^2}{2\rho}}$$

(b) Calcul de L

Le raisonnement est sensiblement le même mais désormais :

$$L i' = \int_{\text{bobine}} \vec{B}' \cdot d\vec{S} \quad \left(\begin{array}{l} \text{flux propre de} \\ \text{la bobine} \end{array} \right)$$

$$\text{Or } \vec{B}' \simeq \frac{\mu_0 N i'}{2\pi\rho} \vec{u}_\theta, \quad \text{quasi-uniforme en un point de la surface de la spire } k$$

Dans les calculs précédents il suffit donc de remplacer $\vec{B}$ par $\vec{B}'$, i par i' et M par L :

$$\begin{aligned} L i' &= \sum_{k=1}^N \left(\frac{\mu_0 N i'}{2\pi\rho} \cdot \pi a^2 \right) \\ &= \frac{\mu_0 N^2 a^2}{2\rho} i' \end{aligned}$$

$$\text{D'où} \quad \boxed{L = \frac{\mu_0 N^2 a^2}{2\rho} = N \cdot M}$$