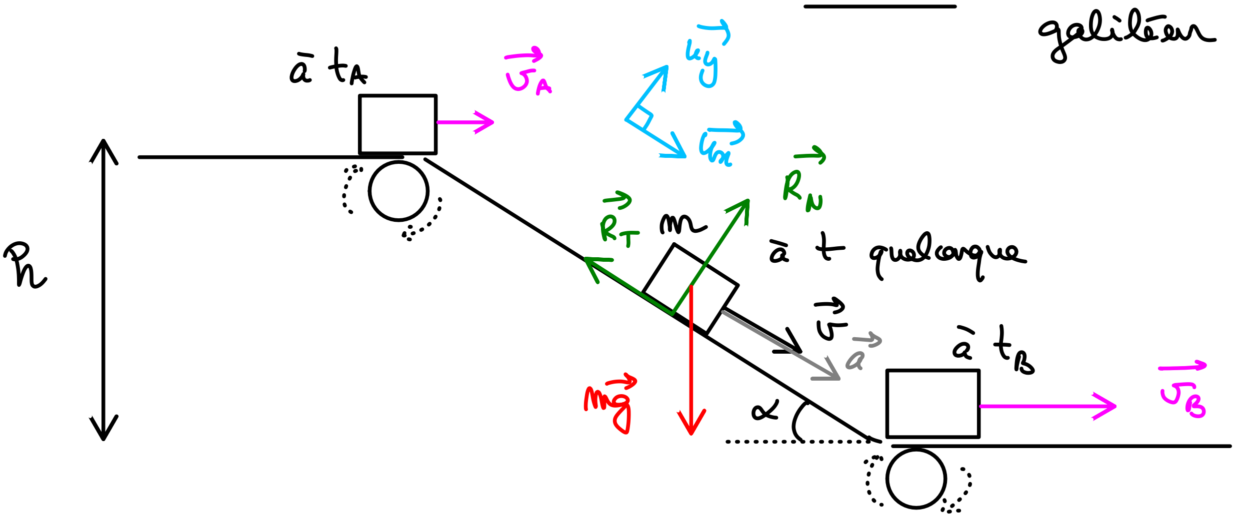
Convoyeur de colis

<u>Référentiel d'étude</u> : terrestre, supposé galiléen



Notons $\begin{cases} R_N = \|\vec{R}_N\| \\ R_T = \|\vec{R}_T\| \end{cases}$ et $v = \|\vec{v}\|$

1) Expression de R_T

Puisqu'il y a glissement, alors d'après les lois de Coulomb :

$$\boxed{R_T = f\, R_N}$$

↳ <u>quelle est l'expression de R_N</u> ?

D'après la 2ème loi de Newton :

$$m\vec{a} = \vec{R}_N + \vec{R}_T + m\vec{g}$$

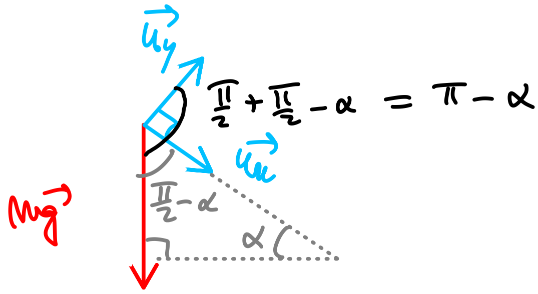
$$m\vec{a} = R_N\,\vec{u}_y - R_T\,\vec{u}_x + m\vec{g}$$

Projetons suivant $\vec{u}_y$:

$$\underbrace{m\,\vec{a}\cdot\vec{u}_y}_{=0} = R_N\,\vec{u}_y\cdot\vec{u}_y - R_T\,\underbrace{\vec{u}_x\cdot\vec{u}_y}_{=0} + m\vec{g}\cdot\vec{u}_y$$

car $\vec{a} \perp \vec{u}_y$

De plus :



d'où $\quad m\vec{g}\cdot\vec{u_y} = mg\cos(\pi-\alpha)$
$= -mg\cos\alpha$

AINSI : $\quad 0 = R_N - mg\cos\alpha$

$$\boxed{R_N = mg\cos\alpha}$$

FINALEMENT : $\quad R_T = f R_N$

$$\boxed{R_T = f mg\cos\alpha}$$

2) Que doit valoir α ? ...

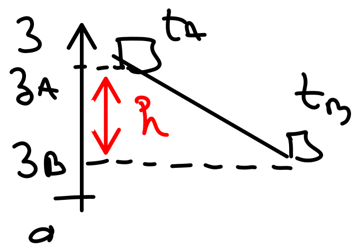
... afin que v passe de $v_A = \|\vec{v_A}\|$ à $v_B = \|\vec{v_B}\|$?

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre t_A et t_B :

$$\boxed{\Delta E_c = W(m\vec{g}) + W(\vec{R_N}) + W(\vec{R_T})} \quad (*)$$

avec : $\boxed{W(\vec{R_N}) = 0}$ car $\vec{R_N}$ ne travaille pas ($\vec{R_N} \perp \vec{v}$)

et : $W(m\vec{g}) = -\Delta(mgz)$
$= -mg\Delta z$
$= -mg(\underbrace{z_B - z_A}_{=-h})$



$$\boxed{W(m\vec{g}) = mgh}$$

et enfin : $W(\vec{R_T}) = \int_{t_A}^{t_B} \mathcal{P}(\vec{R_T})\, dt$

où $\mathcal{P}(\vec{R_T}) = \vec{R_T} \cdot \vec{v}$

$= - R_T \vec{u_x} \cdot \vec{v}$

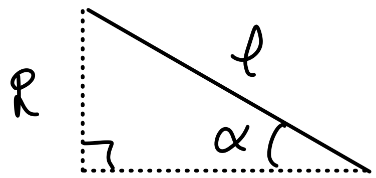
$= - R_T \dot{x}$

constante $= f mg \cos\alpha$

D'où $W(\vec{R_T}) = - \int_{t_A}^{t_B} R_T \frac{dx}{dt} \cdot dt$

$= - R_T \left[x(t) \right]_{t_A}^{t_B}$

$= - R_T (\underbrace{x_B - x_A}_{\text{longueur } \ell \text{ de glissement}})$



$h = \ell \sin\alpha$

donc $\ell = \frac{h}{\sin\alpha}$

Ainsi $W(\vec{R_T}) = - f mg \cos\alpha \frac{h}{\sin\alpha}$

$$\boxed{W(\vec{R_T}) = - \frac{f mg h}{\tan\alpha}}$$

Le théorème de l'énergie cinétique donne alors :

$(\ast) \Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = mgh - \frac{f mg h}{\tan\alpha}$

$$\frac{2fgR}{\tan\alpha} = 2gR + v_A^2 - v_B^2$$

$$\tan\alpha = \frac{2fgR}{2gR + v_A^2 - v_B^2}$$

$$\boxed{\alpha = \mathrm{Arctan}\left(\frac{2fgR}{2gR + v_A^2 - v_B^2}\right)}$$

<u>AN</u> : $\underline{\alpha = 22^\circ}$