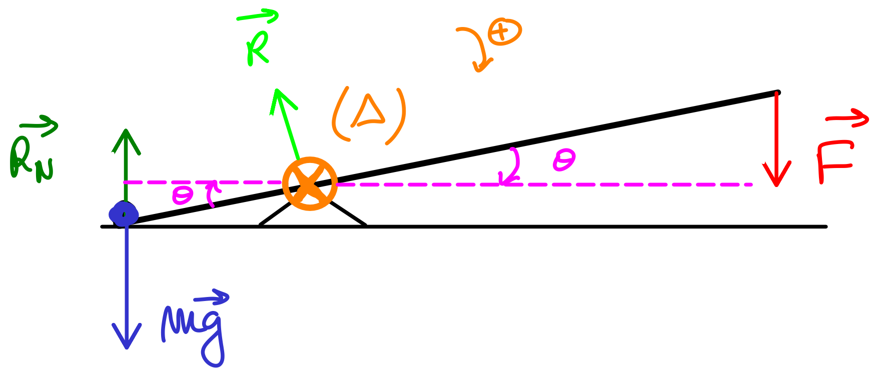
# Esclave de l'égypte antique

1) On étudie le système {pierre + barre} soumis aux forces extérieures ci-contre.




On souhaite soulever la pierre et ainsi la mettre en rotation autour de l'axe $(\Delta)$

Etablissons la condition de non-décollement pour en déduire la condition de décollement.

Si il y a non-décollement, $\boxed{R_N > 0}$ où $R_N = \|\vec{R_N}\|$

→ quelle est l'expression de $R_N$ ?

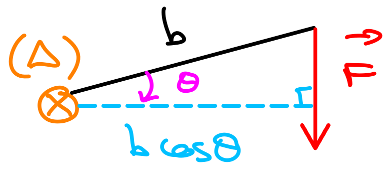
D'après le théorème du moment cinétique :

$$\underbrace{J_\Delta \frac{d\Omega}{dt}}_{=0} = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) + \underbrace{\mathcal{M}_\Delta(\vec{R})}_{=0} + \mathcal{M}_\Delta(M\vec{g}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R_N}) \quad (*)$$

(bras de levier nul)

car $\Omega(t) = \text{constante} = 0$ (pas de rotation)

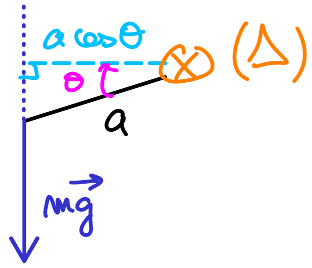
avec : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = F \underbrace{b\cos\theta}_{\text{bras de levier}}$




positif car $\vec{F}$ agit suivant le sens direct associé à $(\Delta)$.

bras de levier

<u>et</u> : $$\boxed{\mathcal{M}_\Delta(m\vec{g}) = -mg\,\underbrace{a\cos\theta}}$$




négatif car $m\vec{g}$ agit suivant le sens indirect associé à $(\Delta)$

<u>enfin</u> : $$\boxed{\mathcal{M}_\Delta(\vec{R_N}) = R_N\, a\cos\theta}$$ (même bras de levier mais agit dans le sens direct)

Ainsi (*) devient :

$$F\, b\cos\theta - mg\, a\cos\theta + R_N\, a\cos\theta = 0$$

$$\boxed{R_N = mg - \frac{b}{a}F}$$

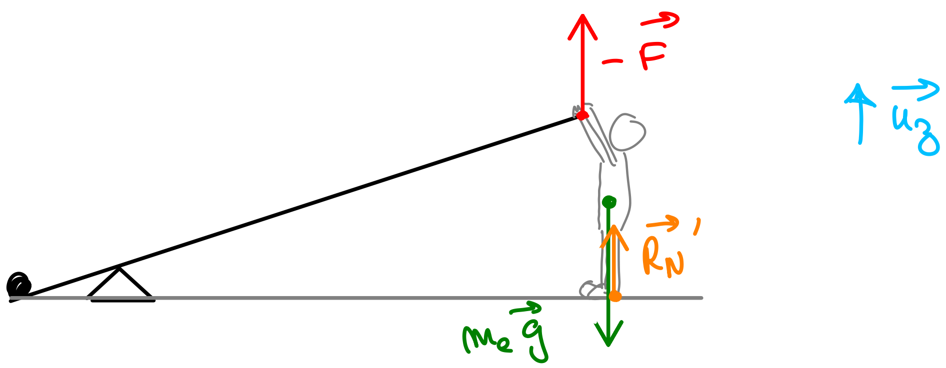
Ainsi, $R_N > 0 \iff mg > \frac{b}{a}F$

$$\iff \boxed{F < \frac{a}{b}mg}$$ condition de <u>non</u> - décollement

$$\boxed{\text{Il y aura donc décollement si : } F \geqslant \frac{a}{b}mg}$$

2) On s'intéresse désormais au système {esclave} de masse $m_e$.

D'après le principe des actions réciproques, la barre exerce la force $-\vec{F}$ sur l'esclave :



Il faut $\boxed{R_N' = \|\vec{R_N}'\| > 0}$ (pas de décollement).

→ Quelle est l'expression de $R_N'$ ?

Tant qu'il n'y a pas décollement, l'esclave reste au repos. Donc :

$$-\vec{F} + m_e \vec{g} + \vec{R_N}' = 0$$

Projetons suivant $\vec{u_z}$ :

$$F - m_e g + R_N' = 0$$

$$\boxed{R_N' = m_e g - F}$$

Il faut donc $\boxed{m_e g > F}$ afin que l'esclave reste au sol.

3) Il faut : $\frac{a}{b} mg < F < m_e g$ d'après 1) et 2)

Donc $\frac{a}{b} m < m_e$

$$m a < m_e b$$

Or : $L = a + b$ (longueur de la barre)

$$a = L - b$$

D'où : $m(L-b) < m_e b$

$$mL < (m_e + m) b$$

$$\boxed{b > \frac{m}{m_e + m} L = 5{,}0 \text{ m}}$$