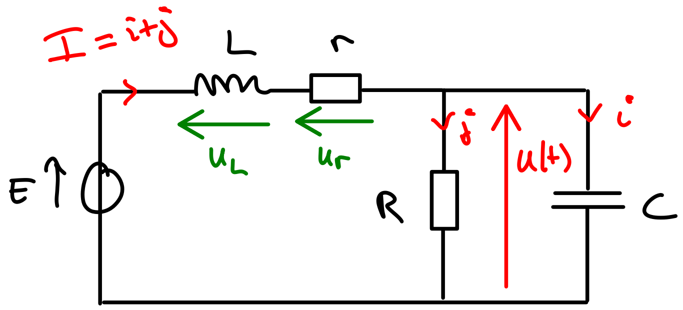
Surtension dans un circuit

1)



$$i = C\dot{u}$$
$$u = Rj$$

D'après la loi des mailles :

$$u + u_r + u_L - E = 0$$

$$u + r(i+j) + L\frac{d(i+j)}{dt} = E$$

$i = C\dot{u}$

$j = \frac{u}{R}$

$$\boxed{LC\,\ddot{u} + \left(rC + \frac{L}{R}\right)\dot{u} + \left(1 + \frac{r}{R}\right)u = E}$$

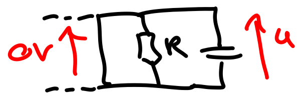
2) (a) $u(0^+)$?

Par continuité de u :

$$u(0^+) = u(0^-)$$

$$\boxed{u(0^+) = 0}$$

← court-circuit de l'interrupteur fermé :



$\dot{u}(0^+)$?

$$\dot{u}(0^+) = \frac{i(0^+)}{C}$$

Que vaut $i(0^+)$?

D'après la loi des noeuds :

$$I(0^+) = i(0^+) + j(0^+)$$

par continuité de $I(t)$

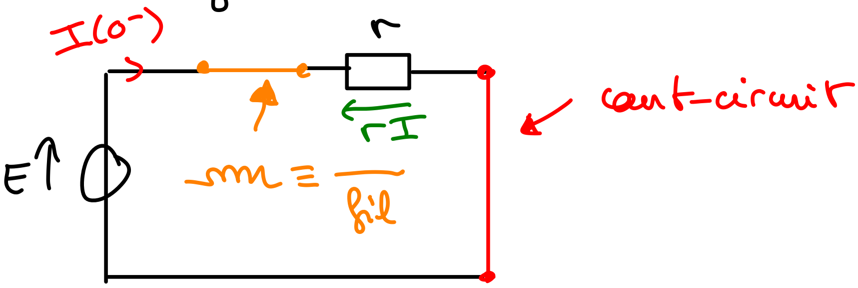
I

$$I(0^-) = i(0^+) + \frac{u(0^+)}{R}$$

D'où $\underline{i(0^+) = I(0^-)}$, car $u(0^+) = 0$

Que vaut $I(0^-)$?

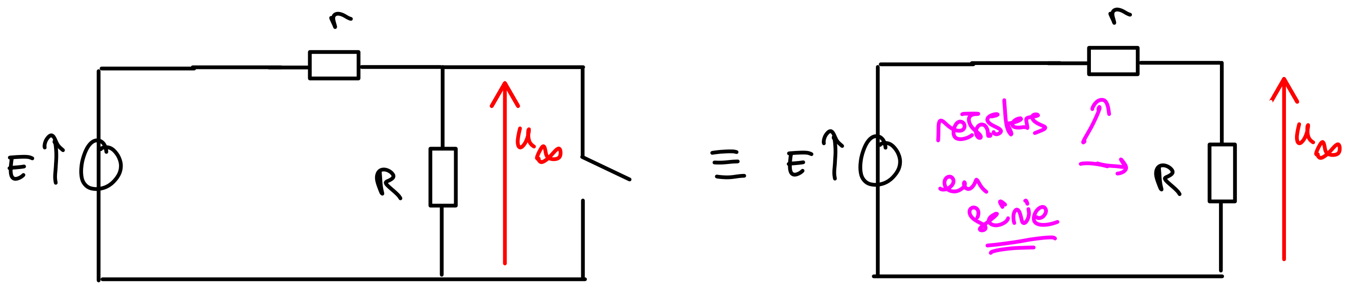
Circuit équivalent à $t = 0^-$ (interrupteur fermé) en supposant le régime continu atteint :



D'où $\quad rI(0^-) = E \quad \Rightarrow \quad I(0^-) = \frac{E}{r}$

$$\Rightarrow \quad i(0^+) = \frac{E}{r} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\dot u(0^+) = \frac{E}{rC}}$$

(b) Circuit équivalent en régime continu interrupteur ouvert



D'après la formule du pont diviseur de tension :

$$\boxed{u_\infty = \frac{R}{R+r} E}$$

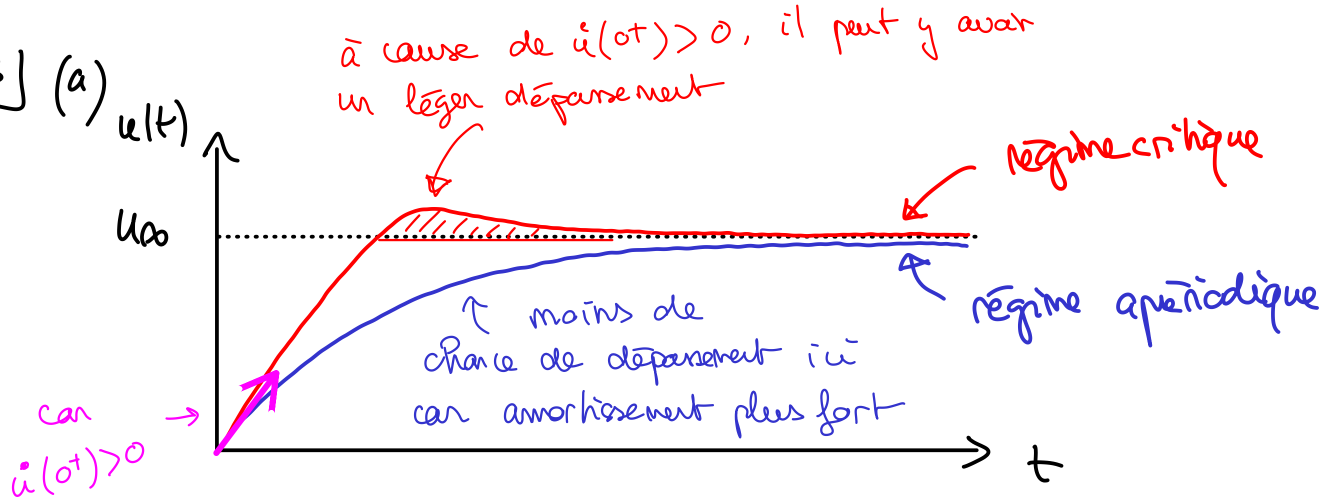
Rmq : cela peut se retrouver à partir de l'éq. diff dans le cas où u n'évolue plus (fin du régime transitoire), càd $\dot u = 0$ et $\ddot u = 0$:

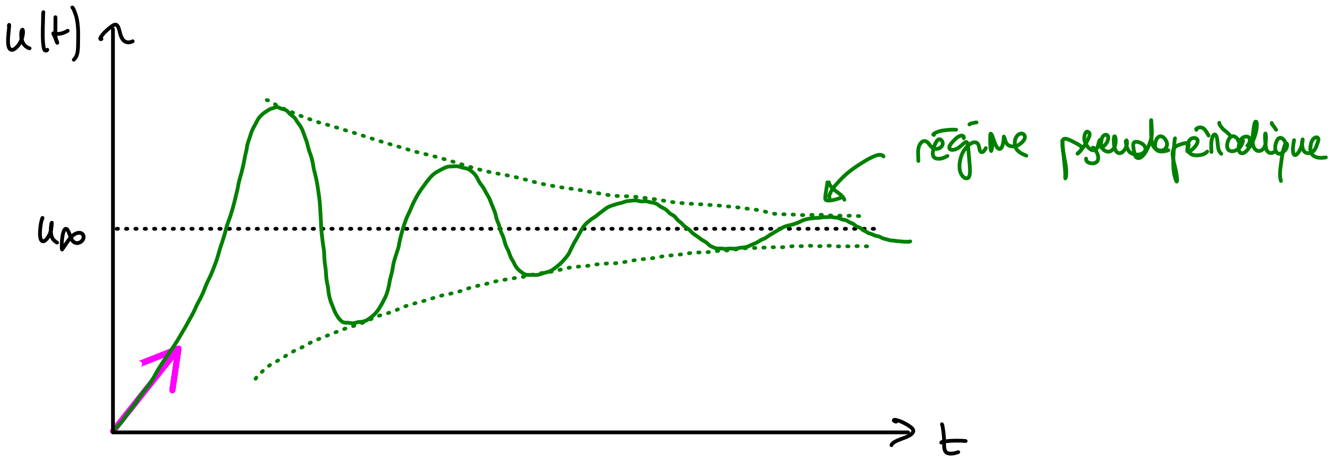
$$0 + 0 + \left(1 + \frac{r}{R}\right) u_\infty = E$$

$$(R + r)\, u_\infty = RE$$

$$u_\infty = \frac{R}{R+r} E$$

3) (a)





(b) Il faut éviter le régime pseudo-périodique.

Il faut donc $\Delta \geq 0$ où Δ est le discriminant de l'équation caractéristique :

$$LC\,x^2 + \left(rC + \frac{L}{R}\right)x + \left(1 + \frac{r}{R}\right) = 0$$

Ainsi il faut : $$\boxed{\left(rC + \frac{L}{R}\right)^2 - 4LC\left(1 + \frac{r}{R}\right) \geq 0}$$

(c) Il faut observer le régime critique $\Leftrightarrow \Delta = 0$

D'où $$\boxed{\left(rC + \frac{L}{R}\right)^2 - 4LC\left(1 + \frac{r}{R}\right) = 0}$$