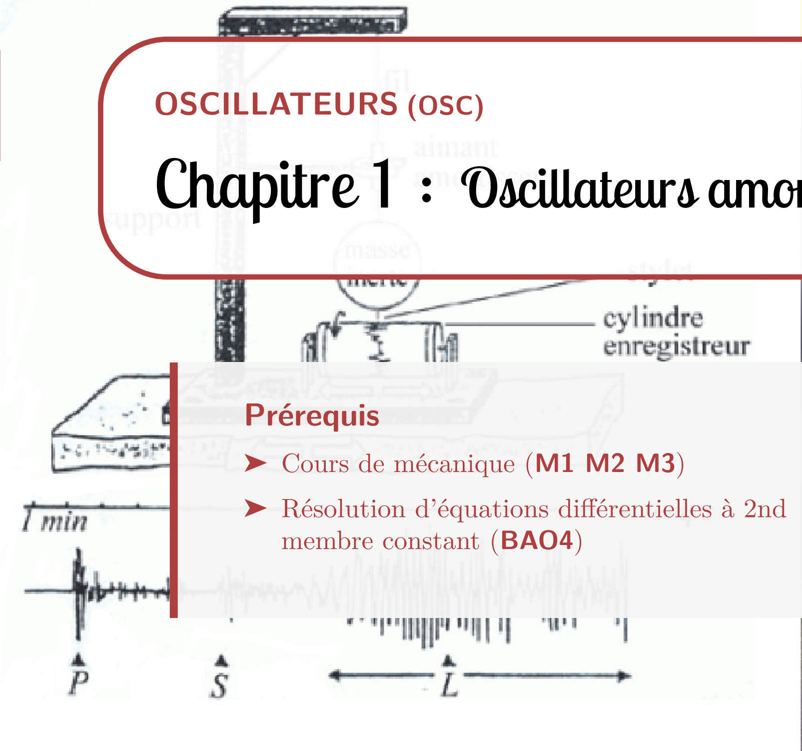


OSCILLATEURS (OSC)

Enseignement de Sciences Physiques / PCSI

Chapitre 1 : Oscillateurs amortis en régime libre

Prérequis

- Cours de mécanique (**M1 M2 M3**)
- Résolution d'équations différentielles à 2nd membre constant (**BAO4**)

Mots-clés

oscillations amorties, pulsation propre, facteur de qualité, régimes critique, apériodique ou pseudo-périodique, pseudo-pulsation et pseudo-période

Plan du cours

N. Gaudouen

Les savoirs et les savoir-faire

Capacités exigibles

Oscillateur harmonique.
Exemples du circuit LC (voir Exercice 4 de ce chapitre) **et de l'oscillateur mécanique** (voir chapitre M2 - activité E)

- Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique ; la résoudre compte tenu des conditions initiales.
- Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation.
- Réaliser un bilan énergétique.

Circuit RLC série et oscillateur mécanique amorti par frottement visqueux.

- Analyser, sur des relevés expérimentaux, l'évolution de la forme des régimes transitoires en fonction des paramètres caractéristiques.
- Prévoir l'évolution du système à partir de considérations énergétiques.
- Écrire sous forme canonique l'équation différentielle afin d'identifier la pulsation propre et le facteur de qualité.
- Décrire la nature de la réponse en fonction de la valeur du facteur de qualité. Déterminer la réponse détaillée dans le cas d'un régime libre ou d'un système soumis à un échelon en recherchant les racines du polynôme caractéristique.
- Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire selon la valeur du facteur de qualité.
- Stockage et dissipation d'énergie : réaliser un bilan énergétique.

A Cas du système masse-ressort vertical

A.1 Mise en équation

1. Une extrémité du ressort fixe en l'origine de l'axe Oz orienté vers le bas. Vitesse initiale nulle et masse écartée d'une distance d par rapport à sa position d'équilibre. Établir l'équation différentielle du mouvement de la masse m ponctuelle repérée par $z(t)$.
2. Identifier la pulsation propre et le facteur de qualité.

A.2 Approche énergétique

3. Retrouver l'équation différentielle par une approche énergétique.
4. Prédire qualitativement l'évolution du système (retour vers l'état d'équilibre).

A.3 Différents régimes possibles

5. Tracé qualitatif des différents régimes en tenant compte des conditions initiales.

A.4 Exemple de résolution

6. Traiter le cas du régime pseudo-périodique.
   Déterminer notamment l'expression de la pseudo-pulsation en résolvant l'équation caractéristique (voir chapitre **BAO4**) et en déduire la pseudo-période.

B Cas du circuit RLC série

B.1 Mise en équation

7. Circuit RLC série soumis à un échelon de tension E (charge du condensateur) ou bien en régime libre (décharge du condensateur). Établir l'équation différentielle
8. Identifier la pulsation propre et le facteur de qualité.

B.2 Approche énergétique

9. Établir un bilan de puissance.
10. Étudier le cas particulier de la décharge du condensateur : que devient l'énergie initialement stockée dans le circuit ?

B.3 Différents régimes possibles

11. Prédire l'état final par une étude du circuit équivalent en régime continu.
12. Tracé qualitatif des différents régimes en tenant compte des conditions initiales.

B.4 Exemples de résolution

13. Traiter le cas du régime apériodique.
14. Traiter le cas du régime critique.

B.5 Approche expérimentale

15. Avec un générateur de fonction, comment peut-on simuler le comportement d'un interrupteur imposant au circuit RLC série un échelon de tension E (charge du condensateur) ou bien imposant un court-circuit (décharge du condensateur) ?
16. En tenant compte de la résistance interne r_g du générateur et celle de la bobine, notée r_L, que devient l'expression du facteur de qualité ?
17. Comment choisir la valeur de R pour observer le régime pseudo-périodique ? le régime apériodique ?
    (voir **TP n°10**)
18. En régime pseudo-périodique, quelle est l'influence de L et C sur le nombre d'oscillations observées et sur la pseudo-période ?
    (voir **TP n°10**)

Ex

Exercices

Difficulté de l'exercice (analyse, «technicité», ...) Durée de l'exercice

Compétences travaillées	Exercices 1	2	3	4	5
Établir une équation différentielle du 2nd ordre	•	•	•	•	•
Identifier ω_0 et Q	•	•		•	•
Étude graphique de la solution	•	•	•	•	•
Résoudre l'équation différentielle	•	•		•	
Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire	•	•			

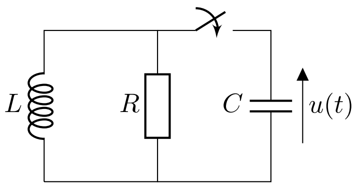
Exercice 1 Pendule simple amorti

On considère un fil inextensible de masse négligeable dont une extrémité est fixe en O dans le référentiel du laboratoire. À l'autre extrémité est accrochée une masse $m = 50$ g considérée ponctuelle. Les frottements de l'air sont décrits par une force de type $-\lambda\vec{v}$ avec $\lambda = 3,5.10^{-3}$ uSI. La longueur du fil est $\ell = 50,0$ cm. On note $\theta(t)$ la position angulaire de la masse définie par rapport à la position d'équilibre $\theta_{eq} = 0$.

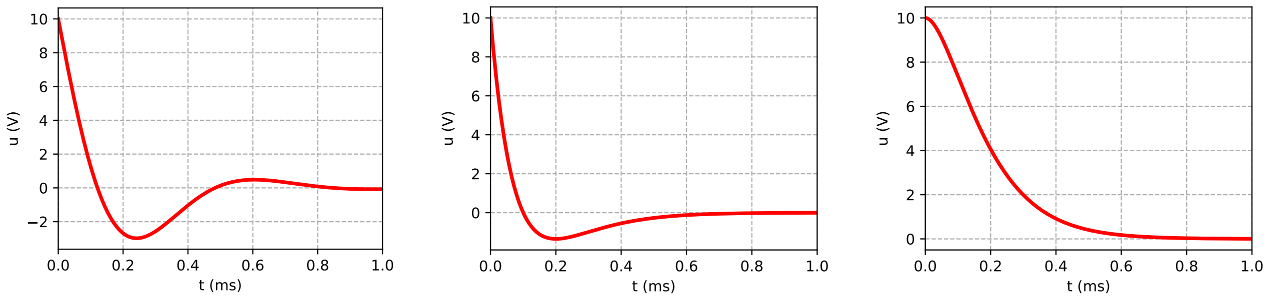
1. Par deux méthodes différentes, établir l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$. Comment peut-elle se simplifier dans le cas d'oscillations de faible amplitude ?
2. Quelle est la pulsation propre ? Le facteur de qualité ? Justifier qu'on observera un régime pseudo-périodique. Rappeler l'expression de la pseudo-pulsation et en déduire la pseudo-période. *(On pourra utiliser le développement limité* $(1+\epsilon)^\alpha \simeq 1 + \alpha\epsilon$, *valable si* ϵ *est proche de* 0*).*
3. Résoudre dans le cas où on communique à la masse une vitesse initiale $v_0\vec{u_\theta}$ avec $v_0 > 0$, partant d'une position angulaire nulle.
4. Quel ordre de grandeur peut-on proposer pour la durée du régime transitoire ?
5. Combien d'oscillations pourront être observées ? Commenter et tracer qualitativement la solution pour quelques périodes.

Exercice 2 Circuit RLC parallèle

On considère le montage ci-dessous, avec $R = 500\ \Omega$, $L = 100$ mH, et $C = 0,10\ \mu$F. On suppose que que le condensateur est initialement chargé sous une tension de 10 V. À $t = 0$, on ferme l'interrupteur et on s'intéresse à l'évolution de $u(t)$ qui en résulte.

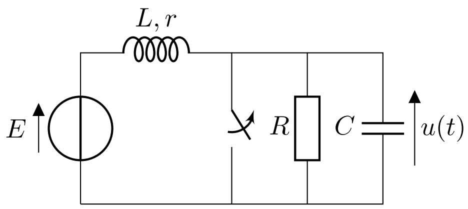


1. Déterminer les conditions initiales et prédire la valeur finale de $u(t)$.
2. Montrer que l'énergie stockée par le condensateur et la bobine est dissipée par effet Joule.
3. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ et la mettre sous forme canonique.
4. Déterminer l'expression complète de $u(t)$.
5. Lequel des tracés ci-dessous est conforme ?



6. Quel ordre de grandeur de la durée du régime transitoire pouvait-on proposer à partir de l'expression de la solution ? Vérifier la cohérence avec le tracé.

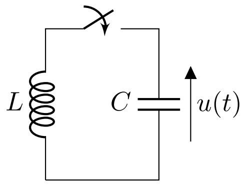
Exercice 3 Surtension dans un circuit



On considère le circuit ci-contre. La bobine possède une inductance L et une résistance interne r. L'interrupteur étant fermé depuis très longtemps, on l'**ouvre** à l'instant $t = 0$.

1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur (on ne cherchera pas à la mettre sous forme canonique).
2. (a) Déterminer $u(t = 0^+)$ et montrer que $\dot{u}(t = 0^+) = \dfrac{E}{rC}$.
   (b) À l'aide d'un schéma équivalent, établir la tension u_∞ aux bornes du condensateur une fois le régime permanent pour $t > 0$ atteint.
3. (a) Tracer l'allure des différentes formes possibles de $u(t)$.
   (b) Afin de ne pas endommager le condensateur lors de l'ouverture de l'interrupteur, on souhaite que la tension $u(t)$ à ses bornes dépasse peu u_∞. Quel régime faut-il alors absolument éviter ? Quelle relation entre r, L, C et R doit alors être vérifiée ?
   (c) Si l'on souhaite de plus que le régime permanent soit atteint le plus rapidement possible, quelle relation entre r, L, C et R doit être vérifiée ?

Exercice 4 Circuit LC



Soit un circuit LC, ne comportant donc qu'un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L dans une même maille, ainsi qu'un interrupteur ouvert. Le condensateur est initialement chargé et porte des charges $q(0^-) = q_0$ et $-q(0^-) = -q_0$ sur ses armatures. On ferme l'interrupteur à $t = 0$. On s'intéresse aux oscillations de charges $q(t)$ portées par le condensateur.

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par $q(t)$. L'écrire sous forme canonique.
2. Quelle est l'équation caractéristique ? En déduire la forme de la solution.
3. Résoudre et représenter graphiquement la solution.
4. Exprimer et représenter graphiquement les énergies stockées $E_C(t)$ et $E_L(t)$ par le condensateur et la bobine.
   On pourra noter $E_0 = \dfrac{q_0^2}{2C}$.
5. Que dire de la somme $E_C(t) + E_L(t)$?

Résolution de problème

Exercice 5 Mesure d'un coefficient de viscosité

Une bille de $m = 38$ g et de rayon $R = 1{,}0$ cm est suspendue à un ressort vertical et plongée dans un liquide de coefficient de viscosité η que l'on souhaite mesurer. Elle ressent une force de frottement fluide linéaire de coefficient de frottement $6\pi R\eta$. Par chronophotographie, on a relevé ci-contre l'évolution de la position verticale de la bille au cours du temps.

Quelle mesure de η peut-on en déduire ?