Exercice 3 : Amortisseur de voiture

1. Considérer que la masse totale de la voiture est équitablement répartie sur les 4 roues.
2. Quelle la relation mathématique simple relie v_0, la période T d'excitation et L ?
3. Appliquer la 2ème loi de Newton. Attention ! $\ell(t) \neq z(t)$! ! Faire un beau schéma pour s'en rendre compte.
   On aboutira à :
   $$\ddot{\epsilon} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{\epsilon} + \omega_0^2 \epsilon = \omega_0^2 z_C + \frac{\omega_0}{Q}\dot{z}_C$$
   où $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $Q = \frac{1}{\lambda}\sqrt{km}$.
   AN : $Q = 2,1$
4. Introduire $\underline{\epsilon} = \underline{A}e^{j\omega t}$ et $\underline{z_C} = \underline{Z}_0 e^{j\omega t}$. Remplacer dans l'équation différentielle ci-dessus. Par quel type d'opération on peut remplacer l'opérateur dérivée dans ce cas ? Factoriser alors par $\underline{\epsilon}$ dans le membre de gauche et par $\underline{z_C}$ dans le membre de droite. Simplifier par $e^{j\omega t}$, exprimer le module de l'ensemble, etc.

5. ❑ <u>À TBF $\Leftrightarrow x \ll 1$</u>, on peut penser à développer l'expression du dénominateur sous la racine à l'aide d'une identité remarquable, et négliger alors le terme en x^4 qui apparaît, négligeable devant les autres avec lesquels il est additionné.

   Utiliser le développement limité du type $(1+u)^\alpha \simeq 1 + \alpha u$, où u est adimensionné et $|u| \ll 1$. Appliquer ce développement limité pour le numérateur et pour le dénominateur. Aboutir ainsi à :
   $$G(x) \simeq \left(1 + \frac{1}{2}\frac{x^2}{Q^2}\right)\left[1 + \left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)x^2\right]$$
   Développer et il apparaît alors encore un terme en x^4 qu'on peut négliger face aux autres termes engagés dans la somme obtenue.

   ❑ <u>À THF $\Leftrightarrow x \gg 1$</u>, justifier que $G(x) \simeq \frac{1}{Qx}$.

   ❑ <u>Tracer graphiquement ces deux cas limites en pointillés.</u> En déduire qualitativement l'allure de la courbe $G(x)$ et l'existence d'un maximum de $G(x)$ donc d'un maximum de $A(x) = G(x)\, Z_0$, donc une résonance.

6. Introduire $f(x) = \frac{h(x)}{g(x)}$ tel que $G(x) = \sqrt{f(x)}$.

   Chercher la pulsation réduite de résonance revient à déterminer le maximum de $G(x)$ et donc celui de $f(x) = \frac{h(x)}{g(x)}$. Ainsi, dériver $f(x)$ et résoudre $f'(x) = 0 \Leftrightarrow h'(x)g(x) - h(x)g'(x) = 0$. Fastidieux, mais faisable ...
7. Déduire ω_r de la question précédente, en déduire la vitesse v_{0r} correspondante grâce à la question 2. Effectuer l'AN. Convertir en km/h pour que ce soit plus «parlant».