Étude d'une tension périodique

1. Les fréquences composant le spectre du signal vérifient :

$$\begin{cases} 2\pi f_A = 60\pi \\ 2\pi f_B = 160\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_A = 30\,\text{Hz} \\ f_B = 80\,\text{Hz} \end{cases}$$

⚠ [f_A ne peut pas être la fréquence fondamentale car f_B n'est pas un multiple de f_A.]

Il faut déterminer f tel que :

$$\begin{cases} f_A = n_A\, f \\ f_B = n_B\, f \end{cases}$$

On peut proposer : $f = 10\,\text{Hz}$ ou bien $5\,\text{Hz}$

ou même $2\,\text{Hz}$, $1\,\text{Hz}$, etc ...

Laquelle choisir ?

On sait que $T = \frac{1}{f}$ est la plus petite durée au bout de laquelle le signal se répète identique à lui-même. DONC il faut choisir la fréquence f la plus grande possible.

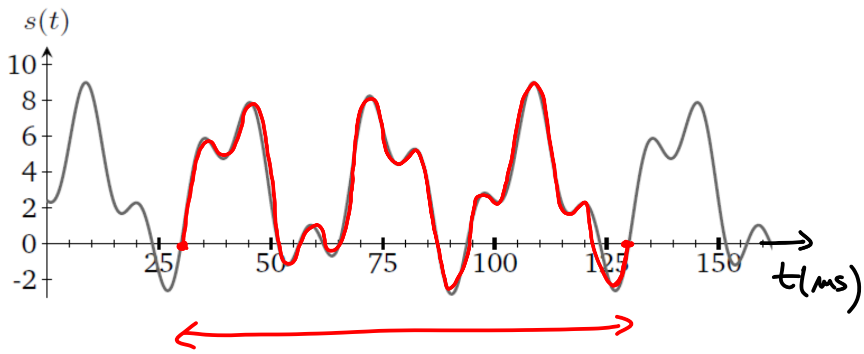
càd $\boxed{f = 10\,\text{Hz}}$

Autre méthode : on peut lire graphiquement :

$T = 100\ ms$

d'où $f = \frac{1}{T}$

$$\boxed{f = 10\ Hz}$$

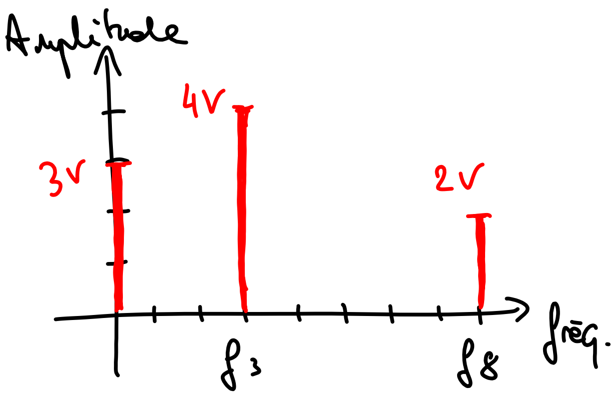


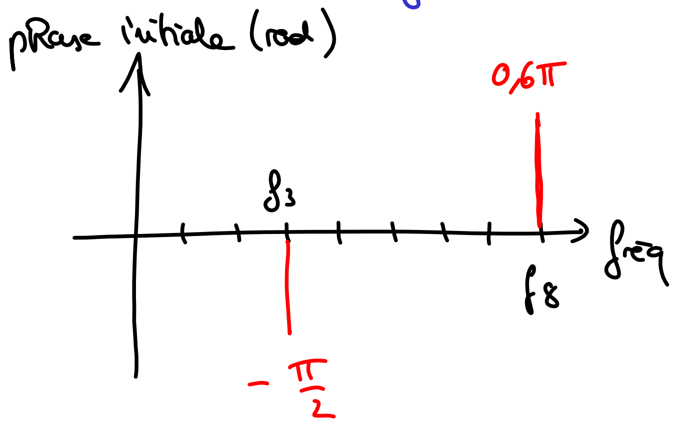
$T = 100\ ms$

Ainsi : $\begin{cases} f_A = f_3 & \text{(Harmonique de rang 3)} \\ f_B = f_8 & \text{(" " " 8)} \end{cases}$

2. Avec $\sin a = \cos\left(a - \frac{\pi}{2}\right)$, on a :

$$u(t) = \underbrace{3}_{\text{Composante continue}} + \underbrace{4 \cos\left(60\pi t - \frac{\pi}{2}\right)}_{\text{Harmonique de rang 3}} + \underbrace{2 \cos(160\pi t + 0{,}6\pi)}_{\text{Harmonique de rang 8}}$$

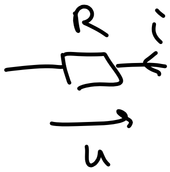




On pourra noter dans la suite $\begin{cases} A_0 = 3\ V \\ A_3 = 4\ V \\ A_8 = 2\ V \end{cases}$

3. La valeur moyenne est égale à la composante continue :

$$\boxed{\langle u \rangle = 3\,V}$$

4. 

$$u = Ri \quad \Rightarrow \quad i = \frac{u}{R}$$

D'où $\mathcal{P}_J = ui$

$$\mathcal{P}_J = \frac{u^2}{R}$$, puissance dissipée par effet Joule

Ainsi, la puissance moyenne dissipée par effet Joule s'écrit :

$$\langle \mathcal{P}_J \rangle = \left\langle \frac{u^2}{R} \right\rangle = \frac{\langle u^2 \rangle}{R}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \langle \mathcal{P}_J \rangle &= \frac{U_{eff}^2}{R} \\ &= \frac{1}{R}\left(A_0^2 + \frac{A_3^2}{2} + \frac{A_8^2}{2} \right) \end{aligned}}$$

AN : $\langle \mathcal{P}_J \rangle = 0{,}19\,W$