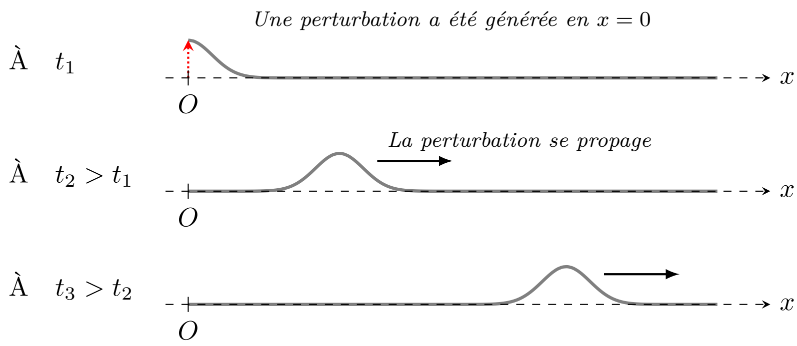
Chapitre 2 : Propagation d'un signal

Le cours

A Ondes et signaux

A.1 Qu'est-ce qu'une onde ?

Prenons l'exemple d'une corde accrochée à un mur par une extrémité, l'autre extrémité étant tenue à bout de bras par l'expérimentateur qui impose brusquement un mouvement de haut en bas. On observe un déplacement de la perturbation imposée en début de corde le long de celle-ci : chaque élément de corde est soumis à la même perturbation de proche en proche.



Cependant, bien qu'il y ait propagation d'une perturbation, il n'y a **pas de transport de matière** : les éléments de cordes ne se déplacent pas dans le sens de propagation mais se déplacent seulement de haut en bas.

Définition

Une **onde progressive** est la propagation d'une modification des propriétés physiques d'un milieu matériel ou immatériel engendrée par une action locale.

La propagation d'une onde s'effectue **sans transport de matière** constituant le milieu de propagation (si celui-ci est matériel).

Exemples

- ***Ondes mécaniques :*** *vagues, sons, séismes, …*
- ***Ondes électromagnétiques :*** *lumière, radio, téléphonie mobile, wifi, rayonnement thermique, …*
- ***Ondes gravitationnelles*** *(déformation de l'espace-temps)*

Onde transversale

Correspond à une perturbation s'effectuant de manière orthogonale à la direction de propagation.

Onde longitudinale

Correspond à une perturbation s'effectuant suivant la même direction que celle de la propagation.

A.2 Qu'est-ce qu'un signal ?

Définition

Un **signal physique** est une grandeur physiquement mesurable à l'aide d'un capteur et pouvant varier avec le temps.

Il s'agit d'un **signal analogique** : cela signifie qu'il pourra être représenté par une **fonction réelle et continue du temps**.

Dans ce chapitre, nous noterons $\boxed{s(M,t)}$ le signal perçu par le capteur au cours du temps t, M étant la point de l'espace où est situé le capteur.

Exemples de signaux

Type de signal	Grandeur physique associée	Capteur
Acoustique	pression	microphone, manomètre, capteur piezoélectrique, ...
Électrique	tension ou intensité	voltmètre, oscilloscope, ...
Onde électromagnétique	champ électromagnétique	antenne, photorécepteur, ...

A.3 Transmission d'un signal

Un signal peut être transmis d'un point à un autre de l'espace à l'aide d'une onde.

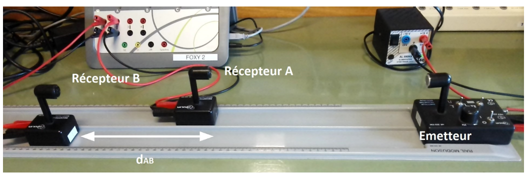
Exemple

Quand le professeur parle, il transmet une information en générant une perturbation de la pression de l'air. Cette perturbation se propage grâce à une onde acoustique jusqu'aux tympans des étudiants (capteurs), l'information est ensuite traitée par le cerveau ...

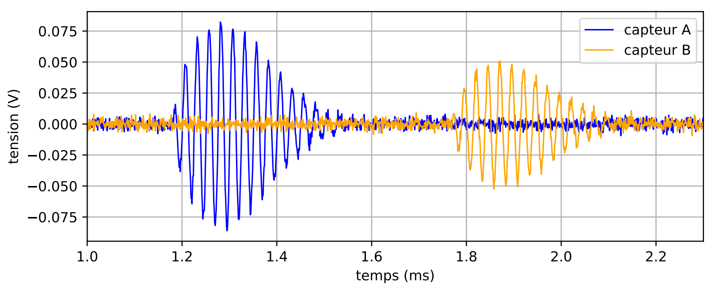
Expérience

Propagation d'ultrasons

On dispose deux récepteurs à ultrasons sur une table aux points A et B, séparés par une distance $d_{AB} = 20$ cm environ. Un émetteur à ultrasons est disposé de telle sorte que les deux récepteurs et l'émetteur soient alignés. On visualise le signal émis en observant le signal électrique fourni par chaque récepteur.



On peut constater que, lors de sa propagation entre les deux récepteurs, le signal ne s'est pas déformé (malgré une atténuation perceptible). Cette non-déformation du signal permet de relever expérimentalement un décalage temporel entre le signal reçu par le capteur A et celui reçu par le capteur B. On peut en déduire ainsi une **vitesse de propagation**.



Définition

Lorsqu'une onde se propage dans un milieu **<u>sans déformation</u>**, le milieu est dit **non-dispersif**. On peut alors définir la **célérité** de l'onde :

$$c = \frac{\text{distance de propagation}}{\text{durée de propagation}}$$

Il s'agit de la vitesse de propagation de cette onde dans le milieu de propagation considéré. Sa valeur dépend des caractéristiques du milieu de propagation.

Exemple

Dans l'expérience précédente avec les ultrasons, le signal ne semble pas s'être déformé au cours de la propagation (malgré l'atténuation). On peut donc considérer que l'air est un milieu non-dispersif. Ainsi, on peut estimer la célérité : $c = \dfrac{d_{AB}}{\tau_{A \to B}} = \dfrac{20,0 \text{ cm}}{(1,87 - 1,28) \text{ ms}} = 339 \text{ m.s}^{-1}$ *aux incertitudes de mesure près ...*

Onde	Célérité
Son dans l'air ambiant	$\simeq 340$ m.s^{-1}
Son dans l'eau	$\simeq 1500$ m.s^{-1}
Son dans un métal	quelques km.s^{-1}
Onde électromagnétique dans le vide	3.10^8 m.s^{-1}
Onde électromagnétique dans un métal	$\simeq 2.10^8$ m.s^{-1}
Séisme	quelques km.s^{-1}

TRÈS IMPORTANT !

Soit un signal $s(M, t)$ se propageant **sans déformation ni atténuation** <u>d'un point A vers un point B</u> avec une durée de propagation $\tau_{A \to B}$:

Alors nécessairement :

(R) *On pourrait également écrire :*

$$s(A, t) = s(B, t + \tau_{A \to B})$$

*ce que l'on peut formuler ainsi : «le signal reçu en A à un instant t donné est nécessairement identique à celui qui **sera** reçu en B mais à l'instant **postérieur** $t + \tau_{A \to B}$. »*

La durée de propagation pourra simplement se déduire grâce à la célérité et la distance de parcours...

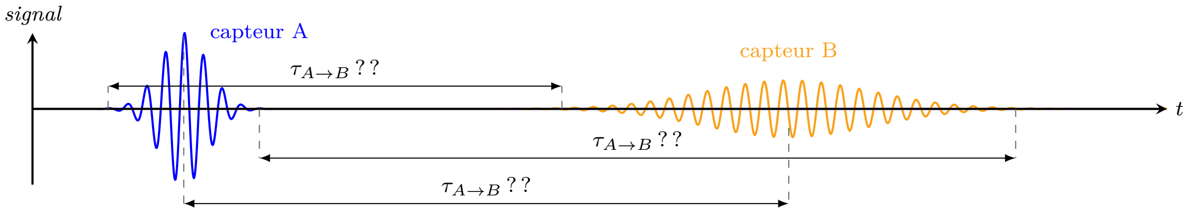
(R) *Si il y a atténuation, comme dans le cas de l'expérience avec les ultrasons, on pourrait toutefois écrire une relation similaire mais en tenant compte d'un facteur d'atténuation $a < 1$ (dépendant notamment de la distance de propagation) :*

$$s(B, t) = a.s(A, t - \tau_{A \to B})$$

Cours

Et si le signal se déforme au cours de la propagation ? ...

...comme dans la situation ci-dessous ? Seriez-vous capable de définir graphiquement le retard temporel $\tau_{A\to B}$? Non, précisément à cause de la déformation.



Lorsque le signal se déforme au cours de sa propagation, le milieu de propagation est dit **dispersif**.

Dans ce cas, **on ne peut pas** définir de célérité ni utiliser la relation $s(B,t) = s(A, t - \tau_{A\to B})$.

R *La propagation en milieu dispersif pourra être étudiée en 2ème année.*

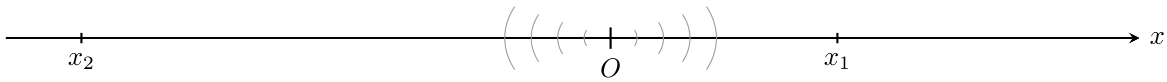
Exemple

Lors d'un orage, un coup de tonnerre n'est pas perçu de la même manière pour un observateur proche du point d'impact de la foudre, et pour un observateur éloigné. Cela est du au fait que le signal sonore s'est déformé au cours de la propagation. Sur de grandes distances et pour de grandes amplitudes, l'air peut en effet être considéré dispersif pour les ondes acoustiques.

A.4 Cas d'une onde progressive unidimensionnelle

Cadre de ce paragraphe

- **Onde unidimensionnelle** ➔ unique axe de propagation (Ox) ➔ $s(M,t)$ devient simplement $\boldsymbol{s(x,t)}$
- Ondes se propageant **sans déformation ni atténuation**
- Pour simplifier l'étude : origine d'émission de l'onde en $x = 0$ (origine de l'axe).
- Signal émis supposé connu et noté : $s(0,t) = f(t)$



Représentation TEMPORELLE de l'onde ➤ variable x fixée

le signal émis $s(0,t) = f(t)$ est déjà représenté ci-dessous en trait plein. En déduire les signaux $s(x_1,t)$ et $s(x_2,t)$:

D'après la relation $s(B,t) = s(A, t - \tau_{A\to B})$:

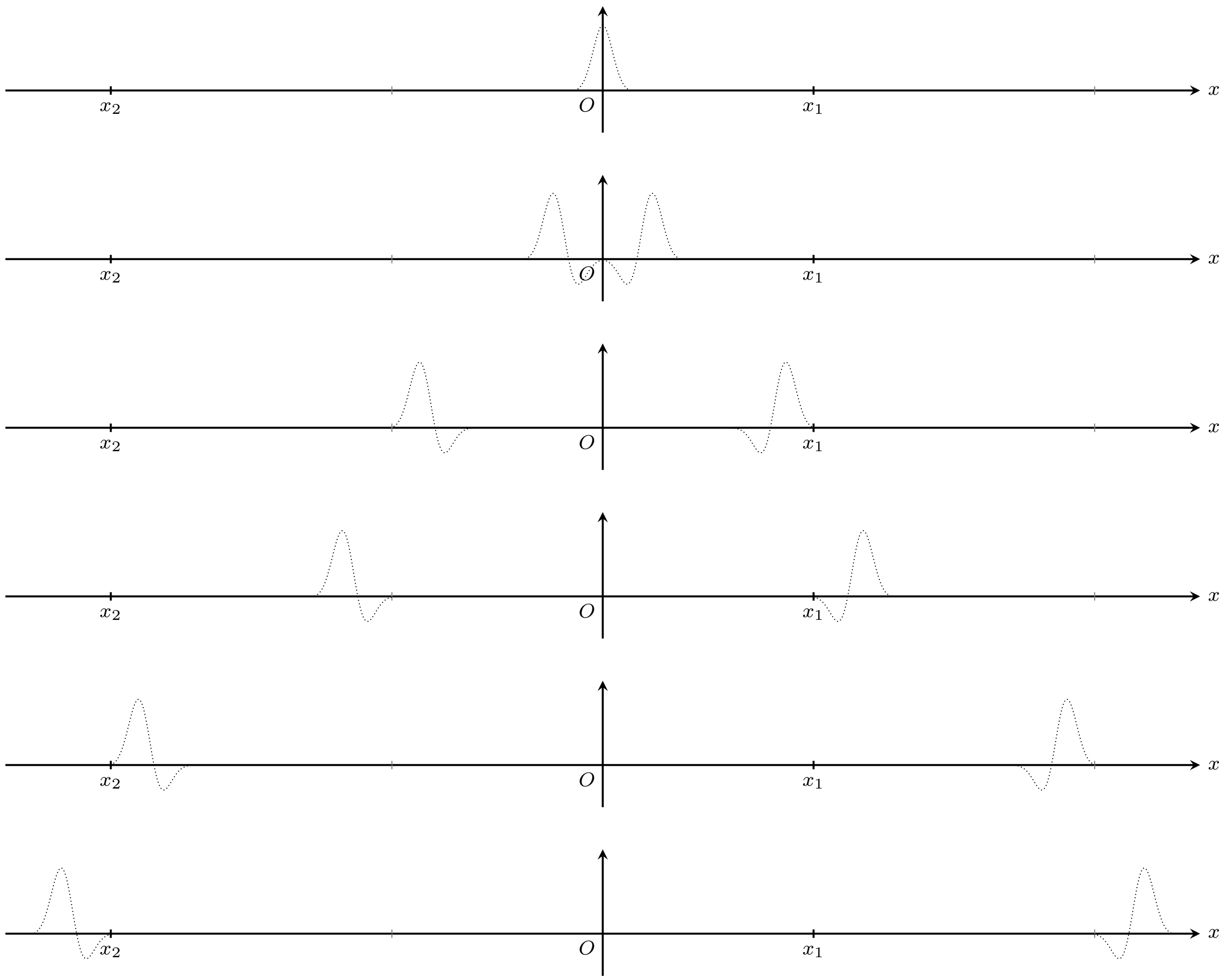
Pour un signal émis en $x = 0$, le signal $s(x, t)$ peut s'écrire sous la forme d'une fonction d'une seule variable f telle que :

$$s(x,t) = f\left(t \pm \frac{x}{c}\right)$$

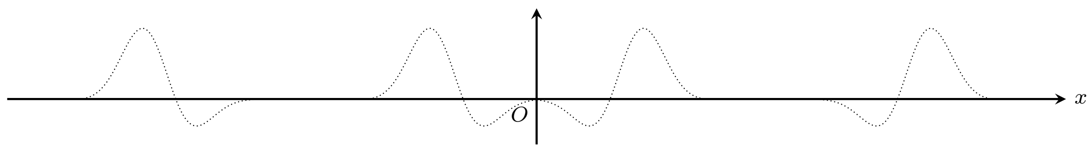
avec un signe $-$ pour une propagation vers les x croissants, et un signe $+$ pour une propagation vers les x décroissants.

Représentation SPATIALE de l'onde ➤ variable t fixée

Pour différentes valeurs de t du tracé précédent, on peut donner le profil spatial de l'onde :



On constate alors que pour tout instant $t > 0$: $s(x, t) = s(x \pm ct, 0)$.



Pour un signal émis en $x = 0$, le signal $s(x, t)$ peut s'écrire sous la forme d'une fonction d'une seule variable g telle que :

$$s(x,t) = g\,(x \pm ct)$$

avec un signe $-$ pour une propagation vers les x croissants, et un signe $+$ pour une propagation vers les x décroissants.

R *$g(x) = s(x, 0)$ représente alors la forme spatiale initiale de l'onde.*

B Cas d'une onde progressive sinusoïdale

B.1 Contexte

- **Signal émis de forme <u>sinusoïdale</u>**, de point d'émission E quelconque : $\boxed{s(E,t) = A\cos(\omega t + \varphi_E)}$
- L' onde sinusoïdale reste de forme sinusoïdale et de même fréquence au cours de sa propagation *(admis ; lié à la linéarité de l'équation de propagation d'onde, voir 2ème année de CPGE...)*
- On néglige toute atténuation.
- Milieu de propagation éventuellement dispersif mais supposé **homogène et isotrope** ➔ même vitesse de propagation en tout point et pour toute direction **ET** propagation en ligne droite.

Par ailleurs, **on définit les grandeurs ci-dessous :**

Vitesse de propagation notée $\boldsymbol{v_\varphi}$, appelée **vitesse de phase**

$k = \dfrac{\omega}{v_\varphi}$, appelée **pulsation spatiale**

NB : v_φ pourra être notée c <u>uniquement si</u> la célérité peut être définie (c'est le cas pour un milieu de propagation non-dispersif, *nous y reviendrons à la fin de cette partie ...*)

B.2 Expression mathématique de l'onde

Quel est le signal reçu en un point M quelconque ?

Cas unidimensionnel : propagation suivant un axe Ox et $O \equiv E$

Comment s'exprime alors le signal $s(x,t)$?

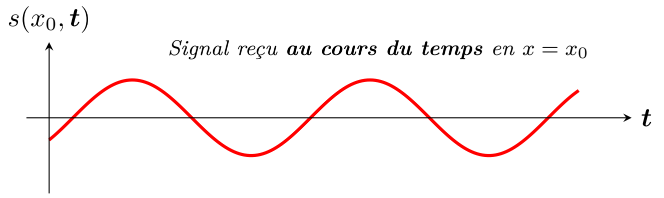
B.3 Double périodicité

Pour mieux aborder ce concept, **on se restreint à un unique axe de propagation** (Ox).

a. Périodicité temporelle d'une onde sinusoïdale

Soit un capteur **fixe** en $x = x_0$. Le signal reçu est alors :

$$s(x_0,t) = A\cos(\omega t - k|x_0| + \varphi_E)$$



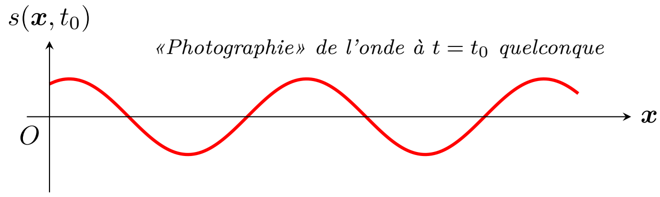
On sait déjà que ce type de signal est périodique dans le temps. La plus petite durée T telle que $\boldsymbol{s(x,t+T) = s(x,t)}$ vérifie nécessairement $\omega T = 2\pi$ *(du à la 2π-périodicité du cosinus)*, donc $\boxed{T = \dfrac{2\pi}{\omega}}$ est appelée **période <u>temporelle</u>** du signal. $\boxed{f = \dfrac{1}{T}}$ est la **fréquence <u>temporelle</u>**.

b. Périodicité spatiale d'une onde sinusoïdale

Prenons une «photographie» du profil spatial de l'onde à t_0 quelconque.

Le profil spatial observé est alors :

$$s(x,t_0) = A\cos(\omega t_0 \pm kx + \varphi_E)$$



Désormais la variable n'est plus t, mais x. Déterminons la plus petite distance λ telle que :

$$s(x+\lambda, t_0) = s(x, t_0)$$

On trouve aisément qu'il faut $\boxed{k\lambda = 2\pi}$ en exploitant la 2π-périodicité de la fonction cosinus.

La période **spatiale** λ d'une onde progressive sinusoïdale de pulsation spatiale k est appelée **longueur d'onde** et vérifie :

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \quad \Leftrightarrow \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

(R) *Analogie forte entre* $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ *et* $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$. *C'est pourquoi on peut appeler «pulsation spatiale» la grandeur* k *...*
La grandeur $\sigma = \dfrac{1}{\lambda}$, *appelée* ***nombre d'onde***, *serait alors la «fréquence spatiale» (inverse de la période spatiale).*

c. Lien entre périodicité temporelle et spatiale

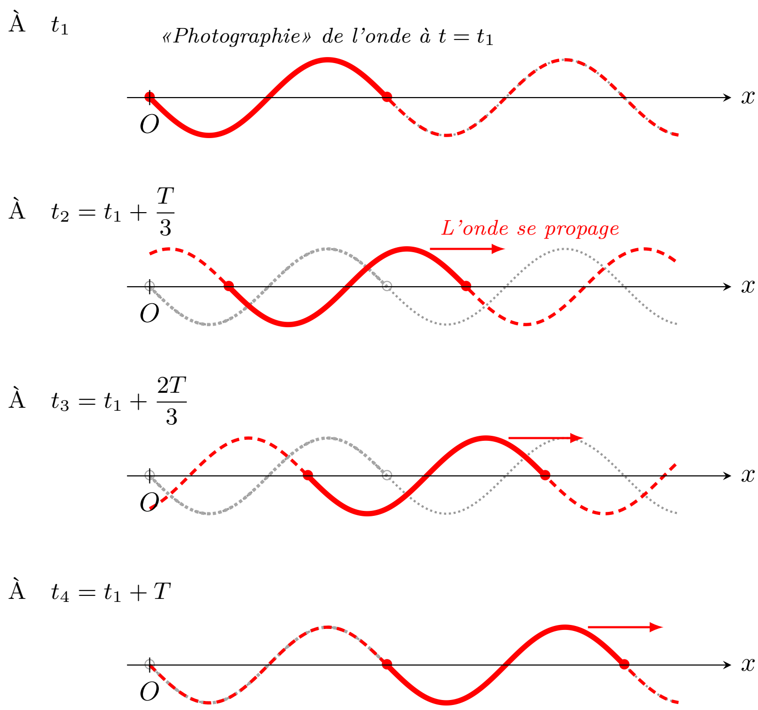
Proposons une interprétation physique de ce résultat.
Par définition de T, on doit avoir :

$$s(t_1 + T, x) = s(t_1, x)$$

C'est pourquoi sur les tracés ci-contre, la «photographie» de l'onde à t_1 est la même qu'à l'instant $t_4 = t_1 + T$.

Par ailleurs, le motif sinusoïdal s'est translaté le long de l'axe (Ox) d'une distance $v_\varphi T$, due à la propagation s'effectuant à vitesse v_φ.

On constate donc aisément que :

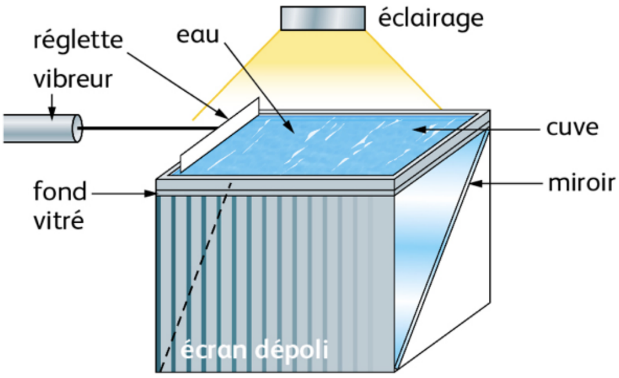


La durée nécessaire à l'onde pour parcourir une distance égale à la longueur d'onde λ est la période T.
Ainsi, à un instant $t_0 + T$, la forme spatiale de l'onde observée est la même qu'à l'instant t_0.

Cours

Expérience

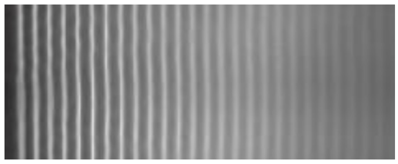
Cuve à ondes



Ce dispositif permet d'observer des ondes mécaniques déformant la surface d'une petite étendue d'eau de faible épaisseur.

L'éclairage est périodique (utilisation d'un stroboscope...) de période T identique à celle du vibreur générant l'onde sinusoïdale.

Ainsi, tout se passe comme si on prenait une photographie du profil spatial de l'onde à intervalles de temps T réguliers. Donc, d'après ce qui précède, à chaque «flash» du stroboscope, le profil spatial observé est inchangé par rapport au «flash» précédent.



B.4 Déphasage au cours de la propagation

Dans le chapitre **S3 - Interférences** , il sera important de savoir exprimer de tels déphasages.

Déphasage de l'onde depuis l'origine d'émission

Exprimons le déphasage $\Delta\varphi_{A/E}$ de l'onde entre un point quelconque de l'espace A et l'origine d'émission E en fonction du temps de propagation de l'onde $\tau_{E\to A}$.

Déphasage de l'onde entre deux points quelconques

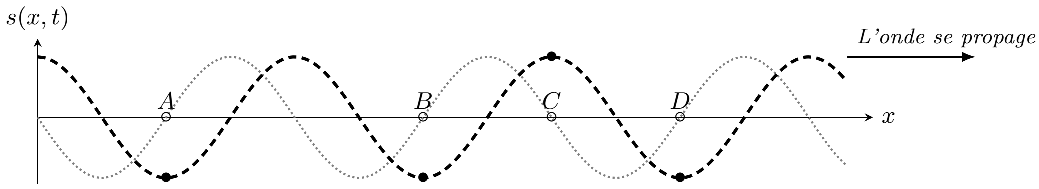
Exprimons le déphasage $\Delta\varphi_{A/B}$ de l'onde entre deux points quelconques de l'espace A et B (pas nécessairement situés sur une même direction de propagation) en fonction des différences de temps de propagation de l'onde $\tau_{E\to A}$ et $\tau_{E\to B}$.

Cas unidimensionnel

Dans le cas d'une propagation suivant un unique sens de propagation et d'un milieu de propagation homogène et isotrope, quelle doit être la distance entre A et B pour que l'onde soit en phase entre ces deux points ?

Quelle doit être la distance entre A et B pour que l'onde soit en opposition de phase entre ces deux points ?

Ci-dessous, quels sont les capteurs qui fourniront des signaux en phase ? en opposition de phase ?



B.5 Front d'onde et vitesse de phase

Notion de front d'onde

Définition

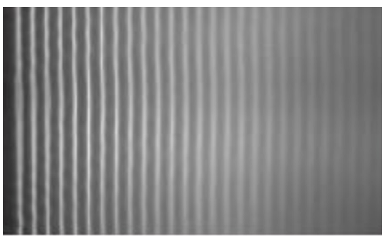
Un **front d'onde** est une zone de l'espace correspondant à une phase instantanée prenant toujours la même valeur :

$$\forall M \in \text{front d'onde}\,,\ \forall t\,,\ \varphi(M,t) = constante$$

On pourra alors aussi parler de ***surface équiphase*** plutôt que de *front d'onde*.

Exemples

➤ **Front d'onde plan :**

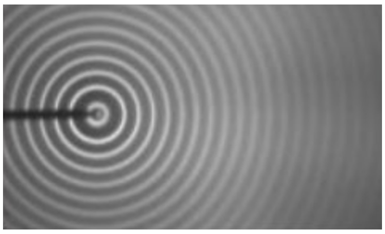


Il s'agit du cas d'une propagation unidimensionnelle suivant un axe (Ox). Un front d'onde (a) vérifie alors à un instant t_0 fixé (instant de la «photographie» de l'onde) :

$$\varphi(x,t_0) = \Phi_a \quad \text{où } \Phi_a = constante$$
$$\omega t_0 - kx + \varphi_E = \Phi_a$$
$$x = \frac{\omega}{k}t_0 + \frac{\varphi_E - \Phi_a}{k}$$

Ainsi, à t_0 fixé, un front d'onde correspond à une équation $x = constante$. Il s'agit donc d'une droite perpendiculaire à l'axe de propagation (Ox), ce qui est cohérent avec le cliché ci-dessus.

➤ **Front d'onde circulaire :**



Il s'agit du cas d'une propagation bidimensionnelle dans un milieu homogène isotrope. On note O le point d'émission. Un front d'onde (a) vérifie alors à un instant t_0 fixé :

$$\varphi(M, t_0) = \Phi_a$$
$$\omega t_0 - kOM + \varphi_E = \Phi_a$$
$$OM = \frac{\omega}{k} t_0 + \frac{\varphi_E - \Phi_a}{k}$$

Ainsi, à t_0 fixé, un front d'onde correspond à une équation $OM = constante$. Il s'agit donc d'un cercle de centre O, ce qui est cohérent avec le cliché ci-dessus.

Interprétation physique de la vitesse de phase

Dans l'exemple du front d'onde plan correspondant à une phase Φ_a, nous avons vu qu'il était situé à l'abscisse :

$$x_a(t) = \frac{\omega}{k} t + \frac{\varphi_E - \Phi_a}{k}$$
$$x_a(t) = v_\varphi t + constante$$

On en déduit aisément que physiquement, v_φ **représente la vitesse de déplacement du front d'onde**.

Retour sur le caractère dispersif ou non d'un milieu de propagation

Si on cherche à transmettre un signal périodique non-sinusoïdal et donc comportant des harmoniques de rang $n \geqslant 1$, deux cas peuvent se présenter.

➤ Milieu non-dispersif

$v_\varphi(f) = c$ **NE dépend PAS de la fréquence f** ➔ Retard de propagation identique pour chaque harmonique du signal ➔ NON-déformation du signal au cours de sa propagation

➤ Milieu dispersif

$v_\varphi(f)$ **dépend de la fréquence f** ➔ Retard de propagation différent pour chaque harmonique du signal ➔ DÉFORMATION DU SIGNAL !

Exemples

- *Propagation du son l'air : propagation non-dispersive sur de petites distances, mais dispersive pour de grandes amplitudes. Par exemple, après un coup de foudre d'impact lointain, on perçoit nettement que les graves arrivent après les aigus perçus par l'auditeur.*
- *Propagation de la lumière : quasiment pas dispersive dans l'air, mais dispersive dans l'eau, le verre, etc. D'où des phénomènes de réfraction qui pourront être expliqués en exercice de ce chapitre ...*
- *Propagation d'onde dans la cuve à onde : on peut montrer expérimentalement le caractère dispersif en étudiant les variations vitesse de phase en fonction de la fréquence imposée*

Voici par exemple ci-dessous la propagation d'un signal triangulaire de fréquence 100Hz dans le cas d'un milieu hypothétique dispersif pour lequel la vitesse de phase évoluerait de manière affine avec la fréquence.