

Chapitre 2 : Propagation d'un signal

Prérequis

- chapitre S1 - Description et analyse de signaux

Mots-clés

signal, onde progressive, propagation, célérité, vitesse de phase, longueur d'onde, pulsation spatiale, déphasage de propagation, milieu dispersif ou non-dispersif



PLAN DU COURS

A

Ondes et signaux

- A.1 Qu'est-ce qu'une onde ?
- A.2 Qu'est-ce qu'un signal ?
- A.3 Transmission d'un signal
- A.4 Cas d'une onde progressive unidimensionnelle

B

Cas d'une onde progressive sinusoïdale

- B.1 Contexte
- B.2 Expression mathématique de l'onde
- B.3 Double périodicité
- B.4 Déphasage au cours de la propagation
- B.5 Front d'onde et vitesse de phase



LES SAVOIRS ET LES SAVOIR-FAIRE

A

Ondes et signaux



CAPACITÉS EXIGIBLES

- ✦ Écrire les signaux sous la forme $f(t-x/c)$ ou $f(t+x/c)$. Écrire les signaux sous la forme $g(x-ct)$ ou $g(x+ct)$.
- ✦ Prévoir, dans le cas d'une onde progressive, l'évolution temporelle à position fixée et l'évolution spatiale à différents instants.

A.1 Qu'est-ce qu'une onde ?

1. Qu'est-ce qu'une onde ?

A.2 Qu'est-ce qu'un signal ?

2. Qu'est-ce qu'un signal ?

A.3 Transmission d'un signal

3. Définir la célérité d'une onde.
4. Expliquer la relation $s(B, t) = s(A, t - \tau_{A \rightarrow B})$. Pourquoi nécessite-t-elle que la propagation s'effectue sans déformation ni atténuation ?

A.4 Cas d'une onde progressive unidimensionnelle

5. Expliquer pourquoi une onde progressive se propageant le long d'un axe (Ox) peut se mettre sous la forme $f(t \pm x/c)$ ou $g(x \pm ct)$. Dans quel cas doit-on mettre le signe + ? le signe - ?

B Cas d'une onde progressive sinusoïdale

CAPACITÉS EXIGIBLES

- ★ Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustique, mécanique et électromagnétique.
- ★ Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la vitesse de phase.
- ★ Relier le déphasage entre les signaux perçus en deux points distincts au retard dû à la propagation.
- ★ Définir un milieu dispersif.
- ★ Citer des exemples de situations de propagation dispersive et non dispersive.

B.1 Contexte

6. Rappeler le contexte dans lequel on se place dans cette partie (*milieu homogène et isotrope, dans le cas où le signal émis en E est sinusoïdal*).
7. Définit la vitesse de phase v_φ et la pulsation spatiale k .

B.2 Expression mathématique de l'onde

8. Établir l'expression mathématique de l'onde générée $s(M, t)$ notamment en fonction de la distance EM .
9. Dans le cas particulier où la propagation s'effectue suivant un unique (Ox) (onde unidimensionnelle) et où $O \equiv E$, comment s'exprime alors le signal $s(x, t)$?

B.3 Double périodicité

10. Dans le cas d'un unique axe de propagation (Ox), montrer qu'une onde sinusoïdale de pulsation ω et de pulsation spatiale k possède une période temporelle T , ainsi qu'une période spatiale λ à déterminer à l'aide de k .
11. Montrer que $\lambda = v_\varphi T$.

B.4 Déphasage au cours de la propagation

12. Exprimer le déphasage $\Delta\varphi_{A/E}$ de l'onde entre un point quelconque de l'espace A et l'origine d'émission E .
13. Exprimer le déphasage $\Delta\varphi_{A/B}$ de l'onde entre deux points quelconques de l'espace A et B (pas nécessairement situés sur une même direction de propagation).
14. Dans le cas d'une propagation suivant un unique axe de propagation, expliquer quelle doit être la distance entre A et B pour que l'onde soit en phase/opposition de phase entre ces deux points.

B.5 Front d'onde et vitesse de phase

15. Expliquer ce qu'est un front d'onde. Que représente la vitesse de phase vis à vis d'un front d'onde ?
16. Que dire de la vitesse de phase dans le cas d'un milieu non-dispersif ? et dans le cas d'un milieu dispersif ? Expliquer alors succinctement et qualitativement d'où vient la déformation d'un signal de forme quelconque lors de la propagation dans un milieu dispersif.



EXERCICES

👉 DIFFICULTÉ DE L'EXERCICE (ANALYSE, «TECHNICITÉ», ...)

🕒 DURÉE DE L'EXERCICE

COMPÉTENCES TRAVAILLÉES

	Exercices				
	1	2	3	4	5
Prévoir l'allure temporelle d'un signal à position fixée	•				
Prévoir le profil spatial d'une onde à différents instants	•				
Exploiter la relation $s(B, t) = s(A, t - \tau_{A \rightarrow B})$		•			
Exploiter la relation entre fréquence, longueur d'onde et vitesse de phase					•
Relier le déphasage en deux points distincts au retard dû à la propagation			•	•	

Exercice 1

Mascaret

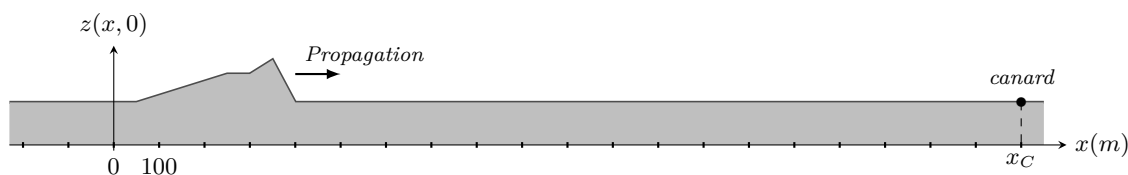


Un mascaret est une vague solitaire remontant un fleuve au voisinage de son estuaire, provoquée par une interaction entre son écoulement et la marée montante.



On considère ici un mascaret se déplaçant le long d'un fleuve rectiligne selon l'axe (Ox) à la vitesse $c = 20 \text{ km.h}^{-1}$. La grandeur physique qui se propage est l'altitude z de l'eau à l'abscisse x . Ainsi, $z = z(x, t)$.

À l'instant $t = 0$, le profil spatial $z(x, 0)$ de l'eau a l'allure suivante :



- Dessiner le profil spatial de la vague $z(x, t_1)$ à la date $t_1 = 1,0 \text{ min}$, en supposant que l'onde se propage sans déformation.
- Un canard barbote tranquillement en x_C . À quel instant t_2 recevra-t-il la vague ? Représenter l'allure temporelle des variations de hauteur observées pour ce canard.

- Une étude approfondie du phénomène permet de montrer que $z(x, t) = H + \frac{A}{\cosh \left[\sqrt{\frac{3A}{4H^2}} \left(x - \sqrt{gH} \left(1 + \frac{A}{2H} \right) t \right) \right]}$ où H est la hauteur avant et après le passage de l'onde et A est l'amplitude de l'onde. La fonction cosh est la fonction cosinus hyperbolique qu'il n'est pas utile de maîtriser ni de connaître dans la suite.

Quelle est l'expression de la célérité de l'onde ?

Exercice 2

Effet Doppler

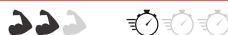


On considère une source d'ondes sonores située dans un véhicule en mouvement selon l'axe Ox . On repère donc la position de cette source par son abscisse $x_v(t)$. Le véhicule avance à la vitesse constante $\vec{v} = v\vec{u}_x$. On notera $x_v(0) = x_0$. Cette source émet une onde sinusoïdale de fréquence f et de pulsation ω qui se propage selon l'axe Ox . Le signal émis est donc $s(x_v(t), t) = A \cos(\omega t)$. Un piéton immobile sur le trottoir est situé à l'abscisse $x = 0$. On note c la célérité des ondes dans le référentiel où l'air est immobile, c'est-à-dire celui lié à la route.

- Quelle est l'expression de $x_v(t)$ en fonction de t , x_0 et v ?
- Un étudiant propose d'écrire $s(x_v, t) = s(0, t - \tau)$. A-t-il raison ? Justifier et éventuellement corriger. Préciser également ce que représente τ et son expression.
- Sachant que $s(0, t)$ est nécessairement de la forme $A \cos(\omega' t + \varphi)$ (forme d'un signal sinusoïdal), montrer que la fréquence f' perçue par l'observateur est différente de f qui est la fréquence perçue par le conducteur du véhicule. Exprimer f' en fonction de f , v et c .
- Expliquer l'effet sonore perçu par le piéton lorsqu'il est dépassé par le véhicule.

Exercice 3

Loi de la réfraction de Snell-Descartes

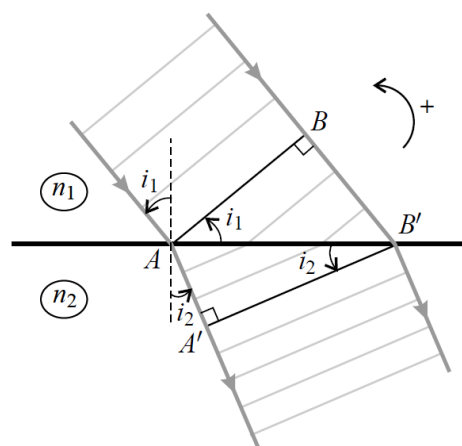


Les lois de la réflexion et de la réfraction constituent les lois fondamentales de l'optique géométrique. Dans cet exercice, nous proposons une interprétation ondulatoire de la loi de la réfraction en terme de déphasage.

Pour cela, imaginons un fin pinceau lumineux constitué de rayons parallèles entre eux. Dans ce cas, l'onde lumineuse se propage parallèlement aux rayons. Cela entraîne que les plans orthogonaux aux rayons sont des *plans équi phases* : cela signifie que dans un milieu donné, les points appartenant au même plan équi phase sont de même phase.

1. Quel lien y a-t-il entre les déphasages $\Delta\varphi_{A'/A}$ et $\Delta\varphi_{B'/B}$?
2. Retrouver alors la loi de Descartes pour la réfraction :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

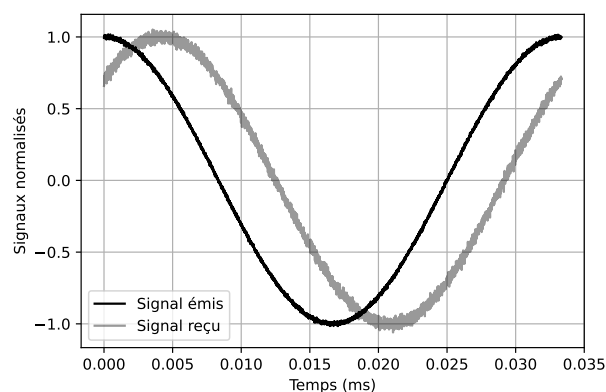


Exercice 4

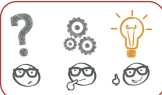
Tachéomètre



Pour des mesures de distances, les géomètres utilisent des tachéomètres émettant une onde électromagnétique de fréquence $f = 30,000$ kHz. Cette onde se réfléchit sur un réflecteur situé à une distance d . L'indice de l'air à température ambiante est $n_a = 1,00029$ et la célérité dans le vide est $c = 2,99792 \cdot 10^8$ m.s⁻¹.



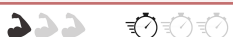
1. Exprimer le déphasage du signal reçu par le tachéomètre par rapport au signal émis.
2. Quelle est la distance maximale d_{max} mesurable avec cet appareil ?
3. Étant donné l'affichage ci-dessus, quelle est la valeur de d mesurée ?
4. Quelle doit être l'incertitude de mesure du décalage temporel afin que la mesure de d soit précise à la dizaine de cm près ?



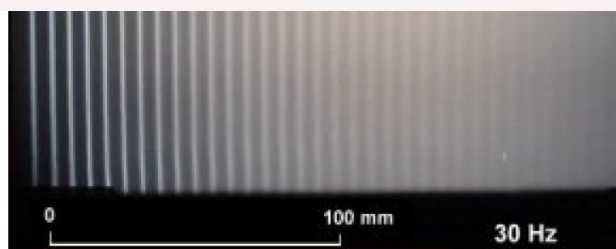
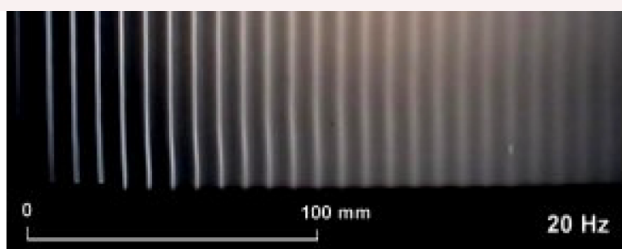
RÉSOLUTION DE PROBLÈME

Exercice 5

Étude d'une onde capillaire



À l'aide d'une baguette accrochée à un pot vibrant, on réalise des ondes bidimensionnelles dans une cuve à onde remplie par 5 cm d'eau.



La cuve est-elle un milieu dispersif ?